

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 40.

1. Über die Konstante c des Wien-Planckschen Strahlungsgesetzes; von E. Warburg, G. Leithäuser, E. Hupka, C. Müller.¹⁾

Bezeichnungen.

- T absolute Temperatur in der thermodynamischen Skale,
 q_{21} Intensität bei T_2 /Intensität bei T_1 für dieselbe Wellenlänge,
 E Intensität im Normalspektrum,
 E_m Maximalintensität im Normalspektrum,
 λ Wellenlänge in Mikron,
 λ_m Wellenlänge maximaler Emission,
 n Brechungsindex.

§ 1. Bei den hier zu beschreibenden Versuchen zur Bestimmung der Konstanten c^2 des Wien-Planckschen Strahlungsgesetzes wurden von prismatisch zerlegter Hohlraumstrahlung bei zwei Temperaturen, T_1 und T_2 , Isothermen (Energiekurven) spektralbolometrisch aufgenommen, außerdem vergleichende Helligkeitsmessungen an der roten Wasserstofflinie $\lambda = 0,6563$ bei jenen Temperaturen gemacht. Diese Messungen können in bekannter Weise zur c -Bestimmung aus Isochromaten und Isothermen verwandt werden. Von experimentellen Einzelheiten abgesehen, unterscheidet sich die hier befolgte Methode in zwei Punkten von früheren Untersuchungen dieser Art.

§ 2. Erstens wurden T_1 und T_2 nicht, wie bisher üblich, unabhängig voneinander bestimmt, sondern T_2 aus T_1 nach dem Wienschen Verschiebungsgesetz abgeleitet, nach welchem

$$(1) \quad T_2 = T_1 \cdot \sqrt[5]{E_{m2}/E_{m1}} = k \cdot T_1.$$

1) An den Vorversuchen war Hr. Leithäuser beteiligt. Die definitiven Messungen sind mit vielen Erweiterungen und methodischen Verbesserungen von den Herren Hupka und Müller gemacht.

2) Ursprüngliche Bezeichnung des Hrn. W. Wien, Wied. Ann. 58. p. 667. 1896.

Für die Methode der Isochromaten, welche für Präzisionsbestimmungen vorzuziehen ist, gewinnt man dadurch einen wichtigen Vorteil. Innerhalb der Grenzen des Wienschen Gesetzes ist nämlich

$$(2) \quad c = \frac{\lambda \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot \lg_{10} q_{21}}{(T_2 - T_1) \lg_{10} e},$$

wo q_{21} sich auf die Wellenlänge λ bezieht. Werden T_1 und T_2 unabhängig voneinander bestimmt, so ist, wenn δc den Fehler in c infolge eines Fehlers δT_1 in T_1 bedeutet

$$(3) \quad \frac{\delta c}{c} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} \cdot \frac{\delta T_1}{T_1}.$$

Bei der hier befolgten Methode ist indessen T_2 mit T_1 durch (1) verknüpft, setzt man aber in (2) $T_2 = k T_1$, so folgt

$$(4) \quad \frac{\delta c}{c} = \frac{\delta T_1}{T_1}.$$

Die Vergleichung von (3) und (4) zeigt, daß ein Fehler in T_1 bei der älteren Methode einen $T_2/(T_2 - T_1)$ mal so großen Fehler in c als bei der hier befolgten hervorbringt, z. B. für $T_1 = 1335$, $T_2 = 1673$ einen beinahe fünfmal so großen.

Unsere Methode bringt noch einen anderen Vorteil mit sich. Ist der verwandte Strahler nicht vollkommen schwarz, so findet man in (2) q_{21} und damit c zu groß.¹⁾ Bestimmt man nun T_2 aus T_1 radiometrisch, so findet man wegen unvollkommener Schwärze E_{22}/E_{21} ²⁾ und daher, nach (1) rechnend, T_2 zu hoch, folgeweise c zu klein, was zu einer teilweisen Kompensation des erstgenannten Fehlers führt. Wendet man diese Betrachtung z. B. auf den von Lummer und Pringsheim erwähnten Strahler an²⁾, bei welchem die Maximalintensität mit der 5,2^{ten} Potenz der absoluten Temperatur fortschreitet, so findet man, daß bei den von uns benutzten Werten von T_1 und T_2 der fragliche Fehler, wenn man an Stelle der unabhängigen Bestimmung von T_2 die radiometrische Bestimmung aus T_1 setzt, von einigen Prozenten auf einige Promille erniedrigt wird.

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 1. p. 226 ff. 1899.

2) l. c. p. 228.

§ 3. Der wichtigste Unterschied besteht darin, daß die Apparate zur prismatischen Zerlegung der Strahlung mannigfaltig variiert, insbesondere außer den bisher ausschließlich benutzten Flußspatprismen auch Quarzprismen verwandt wurden. Die aus den Quarzversuchen nach dem Verschiebungsgesetz abgeleitete Temperatur, die „Quarztemperatur“ ergab sich höher als die Flußspattemperatur; verschiedene Gründe führen dazu, die Flußspattemperatur zugunsten der Quarztemperatur zu verwerfen (§ 7). Die Isochromatenmethode führt mit der Quarztemperatur zu einem Wert von c , der kleiner ist als die von Lummer und Pringsheim¹⁾ (14600) und Paschen²⁾ (14500) gefundenen Werte. Auch die Goldschmelzpunktsisotherme führte auf jenen kleineren Wert oder 14500, je nachdem wir Quarz oder Flußspat zur Zerlegung benutzten. Unsere Flußspatversuche sind also mit den gleichen Versuchen der genannten Herren in naher Übereinstimmung. Freilich sind die von den letzteren isothermisch gefundenen c -Werte später durch Helligkeitsvergleichen bei verschiedenen Temperaturen, also unabhängig von den Eigenschaften des Flußspats bestätigt worden (Wanner³⁾ 14509, Lummer und Pringsheim⁴⁾ 14580). Allein gegen die Temperaturbestimmung bei diesen Versuchen sind von Holborn und Valentiner⁵⁾ gegründete Bedenken erhoben worden. Als wahrscheinlichster Wert ergibt sich aus unseren Bestimmungen, bei welchen Temperaturen zwischen 1337° und 2238° abs. angewandt wurden,

$$c = 14370 \pm 40 \text{ Mikron} \cdot \text{Grad.}$$

Daß die von Lummer und Pringsheim, sowie von Paschen gefundenen c -Werte zu hoch seien, wurde zuerst von Holborn und Valentiner⁵⁾ behauptet. Dieselben fanden aus Helligkeitsmessungen bei gasthermometrisch bestimmten Temperaturen $c = 14200$. Doch liefert ihre Skale etwas höhere Temperaturen als die Skale von Day und Sosman⁶⁾,

1) l. c. p. 218.

2) F. Paschen, Ann. d. Phys. 4. p. 288. 1901.

3) H. Wanner, Ann. d. Phys. 2. p. 153. 1900.

4) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges.

3. p. 42. 1901.

5) L. Holborn u. S. Valentiner, Ann. d. Phys. 22. p. 1. 1907.

6) A. L. Day u. R. B. Sosman, Sill. J. (4) 29. p. 93. 1910.

welche mit unseren Versuchen nahe übereinstimmt. Daher liegt unser c -Wert höher.

§ 4. Die Hohlraumstrahlung entstammte bei den meisten Versuchen einem offenen elektrisch geheizten Strahler (Modell von Lummer und Kurlbaum¹⁾), welcher ein Thermoelement Pt-PtRhod., das *Gebrauchselement* enthält. Mittels dieses Elementes sollten immer dieselben Temperaturen T_1 und T_2 hervorgebracht werden. Da aber bekanntlich die Thermoelemente bei längerer Erhitzung auf höhere Temperaturen leicht verderben, wovon man sich durch das Entstehen von Thermokräften beim Erhitzen nominell homogener Teile überzeugt, so fixierten wir die Temperaturen T_1 und T_2 durch ein *Normalelement*, welches so wenig gebraucht wurde, daß es dauernd in gutem Zustand blieb; in der Tat änderte sich bei diesem Element die Thermokraft nicht nach Abschneiden der gebrauchten Enden. An dieses Normalelement wurden die Gebrauchselemente angeschlossen, dabei ihre Enden an der Lötstelle nach angemessener Gebrauchszeit abgeschnitten. Unter diesen Umständen ergab die Vergleichung mit dem Normalelement stets dieselben Werte.

Unsere Temperatur T_1 lag dem Goldschmelzpunkt nahe und war diejenige Temperatur, bei welcher das Normalelement eine Thermokraft von 10309 Mikrovolt zeigte. Auf Grund sorgfältiger Goldschmelzpunktversuche ergab sich nach Beendigung der Messungen die Thermokraft des Normalelementes beim Goldschmelzpunkt gleich 10293 M.V. Da hier 12 M.V. einem Grad entsprechen, so liegt nach dieser Bestimmung T_1 $1,4^\circ$ über dem Goldschmelzpunkt. Dieselbe Bestimmung mit dem Gebrauchselement gemacht, ergab T_1 $0,9^\circ$ über dem Goldschmelzpunkt. Im Mittel nehmen wir an, daß T_1 $1,2^\circ$ über dem Goldschmelzpunkt liegt. Nach den neueren Messungen von Day und Sosman²⁾ liegt der Goldschmelzpunkt bei $1062,4^\circ$ C., bezogen auf ein Stickstoffthermometer bei konstantem Volumen mit einem Druck von 283 mm Quecksilber bei 0° . Die Reduktion auf die absolute thermodyna-

1) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Ann. d. Phys. 5. p. 829. 1901.

2) A. L. Day u. R. B. Sosman, l. c. p. 161.

mische Skale erhöht diese Temperatur um $0,3^\circ$. Demnach setzen wir

$$T_1 = 1062,4^\circ + 1,2^\circ + 0,3^\circ + 273,1^\circ \quad \text{oder} \quad T_1 = 1337^\circ \pm 1^\circ.$$

Es war uns erwünscht, den Wert der Temperatur T_2 in der Day-Sosmanschen Skale zu kennen. Zu diesem Zweck hatte uns Hr. Day freundlichst ein Element zur Verfügung gestellt, welches nach dieser Skale geeicht war. Durch Vergleichung mit unserem Normalelement ergab sich die Thermokraft des letzteren bei 1400°C. der genannten Skale gleich 14357 M.V. Nach Rücksendung des Elementes nach Amerika zeigte sich dasselbe infolge zu häufigen Gebrauchs verdorben, Hr. Day sandte uns dasselbe zurück unter Angabe der zur Wiederherstellung des ursprünglichen Zustandes abzuschneidenden Stücke. Nach Entfernung der letzteren ergab sich bei 14357 M.V. des Normalelementes die Temperatur $1401,5^\circ \text{C.}$ der Day-Sosmanschen Skale. Die Reduktion auf die absolute thermodynamische Skale erhöht diesen Wert um $0,4^\circ$. Unsere Temperatur T_2 ist hiernach diejenige, bei welcher das Normalelement eine Thermokraft von 14357 M.V. zeigt, und es ist nach der Day-Sosmanschen Skale

$$T_2 = 1401,9^\circ + 273,1^\circ = 1675^\circ \pm 2^\circ,$$

T_1 lag nach dem Dayschen Element $1,5^\circ$ über dem Goldschmelzpunkt, in guter Übereinstimmung mit unseren direkten Schmelzversuchen.

§ 5. Die prismatische Zerlegung der Strahlung erfolgte 1. durch ein Flußspatprisma a , dessen brechender Winkel $59^\circ 59' 47''$ betrug, 2. durch zwei derartige hintereinander gesetzte Prismen a und $b^1)$, 3. durch ein Quarzprisma von $59^\circ 59' 44''$ bei 20° (im folgenden bezeichnet als Quarz 60°), 4. durch ein ebensolches von $25^\circ 50' 26''$ (im folgenden bezeichnet als Quarz 26°), 5. wurde bei Versuchen nach 1. und 2. ein Quarzwürfel von $3,5 \text{ cm}$ Seite in den parallelen Strahlengang eingeschaltet. Die Dispersion wurde bei Flußspat nach der letzten Formel des Hrn. Paschen²⁾, bei Quarz nach der

1) Die erwähnten Flußspatprismen waren uns von dem verstorbenen Hrn. Hauswaldt freundlichst zur Verfügung gestellt.

2) F. Paschen, Ann. d. Phys. 4. p. 299. 1901, Formel (II), p. 303, wo für das Vorzeichen im zweiten Gliede rechts $+$ statt $-$ zu setzen ist.

Formel des Hrn. Carvallo¹⁾ berechnet, dessen Messungen sich auf 18° beziehen (vgl. § 21). Der Quarz fängt ungefähr bei $\lambda = 2\mu$ an, merklich zu absorbieren, direkte Versuche ergaben für die prozentische Absorption A einer 3,5 cm dicken Quarzplatte²⁾ bei

λ	2,172	2,246
A	0,0053	0,0108.

Nach diesen Werten sind die gemessenen Intensitäten bei Quarz korrigiert worden.

§ 6. Zur radiometrischen Bestimmung von T_2 (§ 2) wurden die am und nahe am Emissionsmaximum gelegenen prismatischen Intensitäten bei T_1 und T_2 gemessen, nach der Runge'schen Formel³⁾ auf unendlich schmale Spalt- und Bolometerbreite reduziert, von dem Einfluß selektiver Reflexionen und Absorptionen befreit, endlich auf das Normalspektrum reduziert. T_2 ergab sich nach Formel (1) verschieden, je nach dem zur prismatischen Zerlegung benutzten Apparat, und zwar lieferte mit $T_1 = 1337^\circ$ (§ 4)

Tabelle 1.

Quarz 60°	Quarz 26°	Flußsp. 60° (a)	2 Flußsp. 60°	1 Flußsp. m. Quarzw.	2 Flußsp. m. Quarzw.
1675,2°	1672,4°	1666,7	1670,4°	1666,4°	1670,3°
1673,4	1672,1	1667,0	1669,2		1671,0
1675,8	1673,7		1670,1		
1671,0	1670,8		1669,4		
1673,4	1672,4				
	1673,2				
Mittel 1673,7°	1672,4°	1666,9°	1669,8°	1666,4°	1670,6°
$\pm 0,6^\circ$	$\pm 0,3^\circ$				

Die tiefsten Temperaturen lieferte das Flußspatprisma (1666,9° und 1666,4°, ohne bzw. mit Quarzwürfel), die höchste (1673,7°) das Quarzprisma von 60°; die Differenz von 6,8° entsteht durch eine Differenz in dem Verhältnis der Maximal-emissionen (E_{m2}/E_{m1}) von 2,1 Proz.

1) E. Carvallo, Compt. rend. 126. p. 728. 1898.

2) Genau genommen sollte die Absorption des Quarzes, welche in die radiometrische Bestimmung von T_2 (§ 6) eingeht, an der Substanz des benutzten Prismas bestimmt werden. Zu diesem Zweck soll sie an einer Quarzplatte gemessen werden, aus welcher hernach das Prisma geschnitten wird. Die Ausführung dieses Planes ist im Gange.

3) C. Runge, Zeitschr. f. Math. u. Physik 42. p. 205. 1897.

Das Flußspatprisma b , sowie ein drittes c von 54° lieferten nahezu dieselbe Temperatur wie a .

Der brechende Winkel des kleinen Quarzprismas war so gewählt, daß die Dispersion dieses Prismas ungefähr der eines Flußspatprismas von 60° gleichkommt. Man sieht, daß bei gleicher Dispersion ein Quarzprisma eine höhere Temperatur liefert als ein Flußspatprisma.

§ 7. Es fragt sich nun, welche Temperatur die richtige ist. Für diese Frage kommen folgende Erwägungen in Betracht.

1. Weicht die Flußspattemperatur unter Benutzung eines Flußspatprismas bei 1400° um 8° von der Day-Sosman-schen Skale ab (§ 4), während die Quarztemperaturen nahe mit dieser Skale übereinstimmen.

2. Die Flußspattemperatur steigt um beinahe 3° , wenn man statt eines Prismas von 60° deren zwei benutzt, die Quarztemperaturen nach Prismen von 60° und 26° unterscheiden sich nur um $1,3^\circ$.

3. Nach §§ 9 und 14 zeigen die c -Bestimmungen aus Isochromaten und Isothermen bei Benutzung eines Flußspatprismas Gänge mit der zur Bestimmung benutzten Wellenlänge, während bei Benutzung eines Quarzprismas von 60° solche Gänge sich nicht zeigen (§§ 11 und 14). Diese Gänge deuten jedenfalls bei den Isochromaten auf kleine Fehler in der Dispersionskurve hin (§ 9). Solche Fehler gehen in die radiometrische Temperaturbestimmung ein, sofern sie $dn/d\lambda$ und damit die Reduktion aufs Normalspektrum beeinflussen. Es wird in der Reichsanstalt eine neue Bestimmung der Dispersion des Flußspats in dem hier in Betracht kommenden Gebiet ausgeführt, das Ergebnis dieser Bestimmung bleibt abzuwarten. Übrigens sei bemerkt, daß die Werte von $dn/d\lambda$, je nachdem man sie aus der älteren¹⁾ oder der neueren²⁾ Formel des Hrn. Paschen berechnet, bei den für die Temperaturbestimmung in Betracht kommenden Wellenlängen nur Unterschiede von einigen Promille zeigen.

4. Daß die Flußspattemperatur tiefer liegt als die Quarztemperatur beruht darauf, daß die Intensität von längeren

1) F. Paschen, Ann. d. Phys. 4. p. 303. 1901, Formel (I) mit den unter (Ia) angeführten Konstanten.

2) F. Paschen, l. c. Formel (II).

zu kürzeren Wellen bei Flußspat schneller abfällt als bei Quarz; denselben Grund hat die § 13 erwähnte Tatsache, daß λ_m sich aus der Goldschmelzpunktsisotherme bei Flußspat größer ergibt als bei Quarz. In Flußspatprismen bemerkt man nun, besonders wenn kräftige parallele Strahlen durch dieselben hindurchgehen, zahlreiche helle Pünktchen, welche nach allen Seiten, wenn auch nicht gleichmäßig, Licht zurückwerfen, und es entstand die Frage, ob diese Eigenschaft des Flußspats die Ergebnisse fälschen könne. Hr. Brodhun hat zunächst den Verlust durch innere Reflexion für rotes Licht an verschiedenen Prismen freundlichst bestimmt. Er fand denselben von der Schneide bis zum breiten Ende hin zunehmend für das Flußspatprisma *a* von 2,1—4,6 Proz., für das Flußspatprisma *b* von 2,6—12,2 Proz., für das Quarzprisma von 60° von 1,5—3,3 Proz., für das Quarzprisma von 26° unmerklich. Der Verlust durch innere Reflexion ist also im Rot bei Flußspat nicht unbedeutend, aber für verschiedene Flußspatprismen sehr verschieden, während alle benutzten Flußspatprismen dieselbe Temperatur ergaben. Indessen handelt es sich um den Verlust im Ultrarot und besonders darum, ob derselbe für kürzere Wellen größer ist als für längere. Um dies direkt zu untersuchen, benutzten wir eine 30 mm dicke planparallele Flußspatplatte, welche Einschlüsse derselben Art wie die Prismen zeigte. Diese Platte wurde so montiert, daß sie abwechselnd vor das Quarzprisma von 60° in den parallelen Strahlengang eingeschaltet und wieder aus demselben entfernt werden konnte. Wir bestimmten nun zunächst die durch diese Platte hervorgebrachte Schwächung der Intensität verschiedener Wellenlängen im Ultrarot. Es ergab sich im Mittel aus drei Versuchsreihen:

Tabelle 2.

λ	Schwächung beob. auf	Schwächung nach Fresnels Formel auf	Diff.	Diff. in %
1,132	0,9211	0,9397	0,0186	1,98
1,329	0,9250	0,9399	0,0149	1,59
1,588	0,9265	0,9402	0,0137	1,46
1,709	0,9273	0,9404	0,0131	1,39
2,172	0,9309	0,9408	0,0099	1,05

Die Tabelle zeigt, daß die Schwächung größer ist als nach der Fresnelschen Formel zu erwarten war, und zwar um soviel Prozent, als die letzte Kolumne angibt. Die Schwächung durch innere Reflexion ist also größer für kürzere als für längere Wellen. Ein solches Verhalten würde an sich die Abweichung zwischen der Flußspat- und der Quarztemperatur erklären können, doch ist der Unterschied bei weitem nicht groß genug. In der Tat erhielten wir ohne und mit eingeschalteter Flußspatplatte für T_2 bzw. 1673,8 und 1671,6°, also zwar einen Unterschied in dem erwarteten Sinne, aber nur einen solchen von 2,2°.

Das Ergebnis dieser Diskussion zusammenfassend kann man sagen, daß zwar die verschiedenen unter 2. bis 4. erwähnten Umstände den Flußspat nicht als einwandfreies Material für spektralbolometrische Bestimmungen erscheinen lassen, daß aber diese Umstände bis jetzt zur Erklärung des Unterschiedes zwischen Quarz- und Flußspattemperatur nicht ausreichen. Wenn wir gleichwohl im folgenden die Flußspattemperatur zugunsten der Quarztemperatur verwerfen, so veranlaßt uns hierzu die Tatsache, daß die Quarzversuche untereinander und mit gasthermometrischen Messungen (vgl. besonders auch § 17) übereinstimmen, während die Flußspatversuche in beiden Hinsichten bedeutende Unstimmigkeiten zeigen.

Die Spaltbreitenkorrektur erhöht nun die Temperatur bei dem Quarzprisma von 60° um 0,4°, bei dem Quarzprisma von 26° um 3,2°. Dieser Umstand veranlaßt uns, der Bestimmung durch das Quarzprisma von 60° ein dreimal größeres Gewicht als der Bestimmung durch das Prisma von 26° beizulegen, wodurch man schließlich erhält

$$T_2 = 1673,4^\circ.$$

§ 8. Zur c -Bestimmung kann die Methode der Isochromaten und die Methode der Isothermen benutzt werden.

Bei der Methode des Isochromaten entnimmt man aus den beobachteten Isothermen für die Temperaturen T_1 und T_2 die Intensitätsverhältnisse q_{21} für gleiche Wellenlängen. Dabei fällt die Reduktion aufs Normalspektrum fort, ferner verschwinden alle Korrekturen wegen der selektiven Eigenschaften des zerlegenden Apparates; nur die Spaltbreitenkorrektur ist

anzubringen, da die Intensitätsverteilung im prismatischen Spektrum bei verschiedenen Temperaturen eine verschiedene ist. Im Gültigkeitsbereich des Wienschen Gesetzes oder für hinreichend kleine Werte von λT ist

$$(2) \quad c = \frac{\lambda T_1 T_2 \lg_{10} q_{21}}{(T_2 - T_1) \lg_{10} e},$$

bei größeren Werten von λT ist Plancks Formel anzuwenden, nach welcher

$$(5) \quad q_{21} = \frac{e^{\frac{c}{\lambda T_1}} - 1}{e^{\frac{c}{\lambda T_2}} - 1}.$$

In diesem Falle bestimmt man, von dem aus (2) sich ergebenden Näherungswert ausgehend, den Wert von c , welcher, in § 1 eingesetzt, q_{21} dem experimentell gefundenen Betrage gleich macht, wobei zu beachten ist, daß die an dem Näherungswert anzubringende Korrektur für dieselben Temperaturen T_1 , T_2 und dieselbe Wellenlänge sehr nahe die gleichen Werte hat.

Benutzt wurden dabei die Wellenlängen 0,6563; 1,132; 1,329; 1,588; 2,172.

Wir führen nun diejenigen aus Isochromaten zwischen $T_1 = 1337^\circ$ und $T_2 = 1673,4^\circ$ gewonnenen c -Bestimmungen an, welche wir als Normalbestimmungen ansehen.

§ 9. Für $\lambda = 0,6563$ ergab sich mit dem Spektralphotometer von Lummer und Brodhun an drei verschiedenen Tagen $\log q_{21}$ gleich 1,4323; 1,4289; 1,4322; im Mittel $\log q_{21} = 1,431 \pm 0,7$, woraus $c = 14385$.

§ 10. Im Ultrarot ergaben sich für die verschiedenen Wellenlängen bolometrisch folgende Werte von $\log q_{21}$.

Tabelle 3.

λ	1,132	1,329	1,588	2,172
Quarz 60° (3)	0,8309	0,7078	0,5922	0,4377
Quarz 26° (2)	0,8209	0,7083	0,5932	0,4395
Flußpat (a) 60° (1)	0,8228	0,7057	0,5924	0,4378
Flußpat (b) 60°	0,8247	0,7051	0,5920	0,4395
2 Flußpat (8)	0,8243	0,7059	0,5920	0,4386
2 Flußs. mit Quarzw. (2)	0,8235	0,7059	0,5917	0,4394
Mittel	0,8245	0,7064	0,5922	0,4387
	$\pm 0,0009$	$\pm 0,0008$	$\pm 0,0001$	$\pm 0,0002$

In der ersten Kolumne ist die Zahl der Versuchsreihen, aus denen die betreffenden Werte abgeleitet sind, in Klammern beigelegt; ferner dem Mittel aus allen Bestimmungen der wahrscheinliche Fehler des Resultats, indem zunächst von systematischen Abweichungsursachen abgesehen ist. Die vorzügliche Übereinstimmung, welche sich für die Wellenlänge 1,588 ergibt, fällt hierbei auf.

Von systematischen Abweichungsursachen kommen zunächst Fehler in den zugrunde gelegten Dispersionskurven für Flußspat und Quarz in Betracht. Von diesem Gesichtspunkte aus vergleichen wir die Quarzbestimmungen von $\log q_{21}$ mit den Flußspatbestimmungen und legen dabei wieder den Bestimmungen mit dem Quarzprisma von 60° ein dreimal so großes Gewicht bei, als den Bestimmungen mit dem Quarzprisma von 26° . So ergibt sich

Tabelle 4.

λ	Quarz	Flußspat	Q.-Fl.	$\Delta\lambda_{Fl.}$	$\Delta n_{Fl.} \cdot 10^{-3}$
1,132	0,8284	0,8238	+0,0046	+0,006	+3,3
1,329	0,7079	0,7056	+0,0023	+0,004	+1,9
1,588	0,5925	0,5920	+0,0005	+0,001	+0,46
2,172	0,4382	0,4388	-0,0006	-0,003	-1,6

Die Ergebnisse der §§ 11 und 13 veranlassen uns, die Quarzwerte als die richtigen anzusehen. Alsdann ergeben sich die unter $\Delta\lambda_{Fl.}$ verzeichneten Fehler in den mit Flußspat eingestellten Wellenlängen und die unter $\Delta n_{Fl.}$ verzeichneten Korrekturen in den Paschenschen Brechungsexponenten. Diese Fehler sind nur wenig größer als die Abweichungen zwischen den von Paschen beobachteten und aus seiner Formel berechneten Brechungsexponenten. Übrigens zeigen die Abweichungen $\Delta\lambda$ und Δn einen deutlichen Gang mit der Wellenlänge.

Wieder fällt die besonders gute Übereinstimmung bei $\lambda = 1,588$ auf; die Brechungsexponenten von Quarz und Flußspat scheinen daher für diese Wellenlänge sehr nahe richtig bestimmt zu sein. Es sei noch bemerkt, daß im Bereich des Wienschen Gesetzes

$$q_{21} = e^{\frac{c}{\lambda} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)},$$

woraus folgt

$$(6) \quad \frac{\delta q_{21}}{q_{21}} = - \frac{\delta \lambda}{\lambda} \cdot \left\{ \frac{c}{\lambda T_1} - \frac{c}{\lambda T_2} \right\}.$$

Für $T_1 = 1337^\circ$ und $T_2 = 1673,4^\circ$ ist $c/\lambda T_1 - c/\lambda T_2$ für die Wellenlängen 1,132; 1,329; 1,588; 2,172 bzw. 1,91; 1,63; 1,36; 1,00. Ein bestimmter prozentischer Fehler in λ hat daher bei den kleineren Wellenlängen einen größeren prozentischen Fehler in q_{21} zur Folge, als bei den größeren Wellenlängen.

Ein zweiter Grund für systematische Abweichungen liegt in der Unsicherheit der Spaltbreitenkorrektion, welche im allgemeinen mit abnehmender Dispersion zunimmt. Im folgenden ist der Briggsche Logarithmus des Faktors verzeichnet, mit welchem die unkorrigierten Werte von q_{21} wegen der Spaltbreitenkorrektion bei unseren Versuchen zu multiplizieren sind. Die Breite des Bolometerstreifens war gleich der des Spaltes und betrug 1,3 mm entsprechend 6,4 Bogenminuten.

Tabelle 5.

λ	$\lg q_{21}$ (Mittel)	Quarz 60°	Quarz 26°	Flußspat 60°	2 Flußspatpr.
1,132	0,8245	0,0019	0,0209	0,0209	0,0064
1,329	0,7064	0,0009	0,0080	0,0096	0,0029
1,588	0,5922	0,0002	0,9989 - 1	0,0007	0,9999 - 1
2,172	0,4387	0,9989 - 1	0,9977 - 1	0,9979 - 1	0,9994 - 1

Bei dem Quarzprisma von 26° und dem Flußspatprisma von 60° wurden zwei Glieder der Rungeschen Formel berücksichtigt, in den anderen Fällen genügte das erste Glied. Wieder ist für die Wellenlänge 1,588 die Korrektion in allen Fällen sehr klein. Wegen der aus der Tab. 4 hervorgehenden systematischen Abweichungen zwischen Quarz und Flußspat scheiden die Mittelwerte der Tab. 3 mit Ausnahme des auf die Wellenlänge 1,588 μ bezüglichen für Normalbestimmungen aus, dieser letztere dagegen erhält aus den angeführten Gründen ein besonders großes Gewicht. Aus ihm ergibt sich mittels der Planckschen Formel (5) $c = 14362$.¹⁾

§ 11. Am kleinsten sind die Spaltbreitenkorrekturen für das Quarzprisma von 60° , außerdem zeigen die c -Werte aus

1) Die drei anderen Mittelwerte liefern im Mittel den abgerundeten Wert $c = 14360$.

Isochromaten für alle Wellenlängen hier eine gute Übereinstimmung. Deshalb ziehen wir das Mittel aus jenen Werten ebenfalls für eine Normalbestimmung heran. In die folgende Tabelle sind mit Rücksicht auf § 14 die aus Isothermen hier sich ergebenden c -Werte ebenfalls aufgenommen.

Tabelle 6.

Quarz 60°. $T_1 = 1337^\circ$. $T_2 = 1673,4^\circ$.

λ	c aus	c aus	c aus
	Isochrom.	Isoth. 1337°	Isoth. 1673,4°
0,6563	14 385	—	—
1,132	14 395	14 381	14 391
1,329	14 386	14 415	14 487
1,588	14 360	14 342	—
2,172	14 379	—	14 288
Mittel	14 381	14 379	14 389

§ 12. Bei der nur auf die bolometrischen Messungen anwendbaren Berechnung von c nach der Methode der Isothermen verfahren wir folgendermaßen. Aus der Formel von Planck folgt

$$(7) \quad \frac{E}{E_m} = \left(\frac{\lambda_m}{\lambda} \right)^5 \cdot \frac{142,32}{e^{4,9651 \lambda_m / \lambda} - 1},$$

wo E , E_m sich bzw. auf λ , λ_m beziehen. Man entwirft eine Tabelle (vgl. Anhang § 23), welche E/E_m nach (7) als Funktion von λ_m/λ bzw. λ/λ_m angibt, und zwar genügt es, E/E_m für Werte von λ/λ_m und λ_m/λ zwischen 0,5 und 1 zu berechnen. Aus den beobachteten Werten von E/E_m entnimmt man der Tabelle die zugehörigen Werte von λ/λ_m , findet so λ_m aus λ und erhält

$$(8) \quad c = 4,9651 \lambda_m T.$$

Da E und E_m sich auf verschiedene Wellenlängen beziehen, so sind die beobachteten Werte der Intensität im prismatischen Spektrum auf das Normalspektrum zu reduzieren und von allen selektiven Eigenschaften des zerlegenden Apparates zu befreien. In der letzteren Beziehung kommen die kleinen Korrekturen wegen der Reflexion an Prismen und Platten, sowie wegen der Absorption im Quarz in Betracht; außerdem aber bei den kleineren Wellenlängen die Korrektur wegen unvollkommener Reflexion der Spektrometerapiegel. Wir

haben die Reflexion an diesen Spiegeln nach der Methode von Hagen und Rubens¹⁾ in freier Luft gemessen an Stellen, welche außerhalb der Wasserbanden liegen. Eine Abnahme des Reflexionskoeffizienten trat erst bei $\lambda = 1,54 \mu$ ein. Der Reflexionskoeffizient für lange Wellen bis hinab zu $1,54 \mu$ werde mit R_0 , der Reflexionskoeffizient für kürzere Wellen werde mit R bezeichnet, beides für einen Spiegel, und $\epsilon = 1 - R/R_0$ gesetzt. Wir fanden für frisch versilberte Spiegel zwischen $\lambda = 0,85$ und $\lambda = 1,544 = \lambda_0$

$$(9) \quad E \cdot 10^4 = 198(\lambda_0 - \lambda) - 583(\lambda_0 - \lambda)^2 + 1132 \cdot (\lambda_0 - \lambda)^3.$$

Da die Reflexion mit zunehmendem Alter der Spiegel etwas abnimmt, so ist die Korrektur nicht ganz sicher, die Spiegel sind in nicht zu großen Zeitintervallen frisch zu versilbern.

Endlich ist mit kleinen zufälligen Fehlern zu rechnen, welche daraus entspringen können, daß bei der Einstellung auf verschiedene Wellenlängen die verschiedenen Teile des zerlegenden Apparates sich in verschiedener Lage gegeneinander und zum Strahlengang befinden.

Aus dem Gesagten geht hervor, daß die Methode der Isothermen mit einer Reihe von Fehlerquellen behaftet ist, welche bei der Methode der Isochromaten wegfallen. Die Isothermenmethode ist deshalb für Normalbestimmungen weniger geeignet, gibt aber sonst wertvolle Aufschlüsse und Kontrollen.

§ 13. Die folgende Tabelle gibt die aus Beobachtungen an verschiedenen Wellenlängen gefolgerten Werte von λ_m bei $T_1 = 1937^\circ$ für die verschiedenen zur Zerlegung benutzten Apparate. Die verzeichneten Werte sind Mittelwerte aus verschiedenen Beobachtungsreihen, deren Zahl jedesmal in Klammern beigelegt ist.

Tabelle 7.

Isothermen bei 1937° .

λ	Quarz 60° (3)	Quarz 26° (2)	Flußspat 60° (1)	2 Flußspat 60° (3)	2 Flußspat m. Quarz w. (2)
1,132	2,167	2,156	2,165	2,171	2,172
1,329	2,172	2,171	2,183	2,193	2,191
1,588	2,161	2,158	2,186	2,186	2,185

1) E. Hagen u. H. Rubens, Ann. d. Phys. 11. p. 876. 1903.

Befriedigende Übereinstimmung zeigen wieder durchweg die Werte aus $\lambda = 1,588$, aber man bemerkt, daß λ_m sich größer bei Flußspat als bei Quarz ergibt. Dies hängt, wie schon im § 7 bemerkt, damit zusammen, daß die Flußspattemperatur tiefer liegt als die Quarztemperatur, beides rührt daher, daß der Abfall der Intensität von der Wellenlänge maximaler Intensität gegen kürzere Wellen bei Flußspat schneller erfolgt als bei Quarz.

Die Beobachtungen am Quarz liefern, indem die Ergebnisse aus den beiden Quarzprismen wie früher gewertet werden, für $\lambda = 1,588$, $\lambda_m = 2,160$, woraus

$$c = 1337 \cdot 2,160 \cdot 4,9651 = 14\,340,$$

in guter Übereinstimmung mit dem aus der Isochromatenmethode bei derselben Wellenlänge gefolgerten Werte 14362 (§ 10). Dagegen liefern die Flußspatversuche für $\lambda = 1,588$

$$c = 2,1857 \cdot 1337 \cdot 4,9651 = 14\,510.$$

Es ist nun zu beachten, daß dieser aus Isothermen bei 1337° gefolgerte c -Wert von der radiometrischen Temperaturbestimmung völlig unabhängig, also direkt vergleichbar ist mit den c -Werten, welche die Herren Lummer und Pringsheim einerseits, Paschen andererseits unter Benutzung eines Flußspatprismas aus λ_m -Bestimmungen bei verschiedenen thermometrisch gemessenen Temperaturen abgeleitet haben, und, wie im § 3 bemerkt, mit den Ergebnissen jener Herren in befriedigender Übereinstimmung steht (Lummer und Pringsheim $c = 14\,600$, Paschen $c = 14\,498$).

§ 14. In der Tab. 6 des § 11 sind die aus Isothermen bei 1337° und $1673,4^\circ$ folgenden c -Werte für das Quarzprisma von 60° verzeichnet. Diese Werte zeigen keinen Gang mit der Wellenlänge, und die Mittelwerte für die beiden Temperaturen weichen von dem aus Isochromaten gefolgerten Mittelwert nur wenig ab. Wir geben hierunter noch die vollständigen Ergebnisse, die ein Flußspatprisma von 60° liefert.

Tabelle 8.

Flußspat 60°. $T_1 = 1337^\circ$. $T_2 = 1666,9^\circ$.

λ	c aus	c aus	c aus
	Isochrom.	Isoth. 1337°	Isoth. 1666,9°
0,6563	14 608	—	—
1,132	14 491	14 368	14 282
1,330	14 573	14 491	14 411
1,589	14 599	14 511	—
2,173	14 625	—	14 625

Hier zeigt sich sowohl bei Isochromaten wie bei Isothermen im Ultrarot ein Gang der c -Werte in dem Sinne, daß sie mit der zur Bestimmung benutzten Wellenlänge wachsen, während die Isochromate von $\lambda = 0,6563$ wieder einen höheren c -Wert liefert, als die Isochromate von $\lambda = 1,132$. Derselbe Gang wurde bei Flußspatversuchen zwischen 1337° und 1900° beobachtet (vgl. § 7, 3.).

§ 15. Wir haben endlich noch Versuche bei einer höheren Temperatur gemacht, wobei wir den früher beschriebenen¹⁾ Vakuum-Kohlestrahler benutzten.

Als Ausgangstemperatur wählten wir hier die Quarztemperatur von $1673,4^\circ$. Wir stellten den offenen Strahler mittels des Thermoelementes auf diese Temperatur ein und setzten eine Flußspatplatte vor seine Öffnung. Der Vakuum-Kohlestrahler war ebenfalls durch eine Flußspatplatte verschlossen und wurde auf diejenige Temperatur gebracht, bei welcher die Helligkeit an der roten Wasserstofflinie in beiden Strahlern die gleiche war, dabei muß die Eintrittspupille des Photometers in beiden Fällen völlig von den Strahlen ausgefüllt sein. Eine zweite Methode, die sich als die genauere erwies, bestand darin, das Verhältnis der prismatischen Intensitäten bei zwei Wellenlängen ($\lambda = 1,132$ und $1,709$) im Vakuum-Kohlestrahler auf den Wert zu bringen, welchen der offene Strahler nach thermo-elektrischer Einstellung auf $1673,4^\circ$ zeigte. Diese Methode wurde bei den definitiven Versuchen benutzt.

¹⁾ E. Warburg u. G. Leithäuser, Zeitschr. f. Instrumentenk. 30. p. 119. 1910.

Die Ergebnisse der Versuche bezüglich der Isochromaten zeigt nebenstehende Tabelle.¹⁾

Die Wellenlänge maximaler Emission ist bei $2238,3^\circ$ schon so klein ($1,29 \mu$), daß wegen unvollkommener Reflexion der Silberapiegel eine Korrektur anzubringen ist, welche die Temperatur T_2 um 3° erhöht, den c -Wert um 4 Promille erniedrigt.

§ 16. Wir fügen den drei aus Isochromaten zwischen 1337° und $1673,4^\circ$ gewonnenen Normalbestimmungen den Mittelwert der Isochromatenbestimmungen zwischen $1673,4^\circ$ und $2238,3^\circ$ mit einfachem Gewicht hinzu und erhalten

$$c = \frac{1}{4}(14385 + 14362 + 14381 + 14367) = 14374,$$

oder abgerundet

$$c = 14370.$$

Der wahrscheinliche Fehler des Mittelwertes aus den vier Bestimmungen beträgt zwar nur 4 Einheiten der letzten Stelle. Doch sind die sämtlichen Bestimmungen mit den Fehlern behaftet, welche von Fehlern in der Bestimmung der Temperaturen T_1 und T_2 herrühren. Diese Fehler können nach dem

1) $1 + \varphi_1 / 1 + \varphi_2$ ist der Faktor, mit welchem der unkorrigierte Wert von q_{21} wegen der Spaltbreitenkorrektur zu multiplizieren ist.

Tabelle 9.

Quarzprisma 60° . $T_1 = 1673,4^\circ$, $T_2 = 2238,3^\circ$.

λ	$\lg_{10} \frac{1 + \varphi_1}{1 + \varphi_2}$	$\lg_{10} q_{21}$						c
		$\frac{5}{7}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{23}{7}$	$\frac{10}{7}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{13}{7}$	
0,6563	—	—	—	—	—	—	—	14385
1,132	0,0016	0,8331	0,8326	0,8300	—	0,8308	1,4308	1,4307 $\pm 4 \cdot 10^{-4}$
1,329	0,9994 - 1	0,7108	0,7110	0,7084	0,8806	0,8321	0,8331	0,8318 $\pm 3 \cdot 10^{-4}$
1,588	0,9995 - 1	0,5984	0,5997	0,5968	0,7101	—	—	0,7101 $\pm 4 \cdot 10^{-4}$
2,172	0,9999 - 1	0,4495	0,4502	0,4502	0,4487	—	—	0,4494 $\pm 4 \cdot 10^{-4}$
		T_2	$2238,0^\circ$	$2238,6^\circ$	$2238,3^\circ$	$2237,6^\circ$	$2239,3^\circ$	$2238,0^\circ$
			$2238,3^\circ$	$2238,3^\circ$	$2238,3^\circ$	$2238,3^\circ$	$2238,3^\circ$	$2238,3^\circ$
								14367

Wienschen Gesetz (Formel (2), § 2) beurteilt werden, aus welchem folgt:

$$(4) \quad \frac{\delta c}{c} = \frac{\delta T_1}{T_1} \quad (\S 2)$$

und

$$(10) \quad \frac{\delta c}{c} = - \frac{\delta T_2}{T_2} \cdot \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

Ein Fehler von 1° in T_1 (§ 4) gibt einen Fehler von 11 Einheiten in c . Der wahrscheinliche Fehler von T_2 ergibt sich für das Quarzprisma von 60° aus den fünf Werten des § 6 zu $0,58^\circ$. Daraus entspringt für $T_1 = 1337^\circ$, $T_2 = 1673,7^\circ$ nach (10) ein Fehler von 20 Einheiten in c . So wird in runder Zahl das Endergebnis:

$$c = 14370 \pm 40 \text{ Mikron} \cdot \text{Grad}$$

aus Spektralversuchen mit Wellenlängen zwischen $0,6563$ und $2,172 \mu$ bei Temperaturen zwischen 1337° und 2238° der absoluten Skale. Daraus folgt

$$\lambda_m T = 2894 \pm 8$$

und die Wellenlängen maximaler Emission bei den drei benutzten Temperaturen 1337° , $1673,4^\circ$ und $2238,3^\circ$ bzw. $2,165$, $1,729$, $1,293 \mu$, in befriedigender Übereinstimmung mit den aus Isothermen mit dem Quarzprisma von 60° gewonnenen Werten $2,167$, $1,732$, $1,294 \mu$.

§ 17. Die gasthermometrischen Messungen von Day und Sosman gehen bis zum Palladiumschmelzpunkt, dessen Temperatur nach dem von ihnen benutzten Stickstoffthermometer vom Druck 283 mm Hg bei 0° sie zu $t_2 = 1549,2^\circ \pm 2^\circ$ angeben. Bei der Reduktion auf die absolute Skale ist dieser Wert um $0,5^\circ$ zu erhöhen. Mittels unseres c -Wertes 14370 kann man die absolute Temperatur T_2 des Palladiumschmelzpunktes aus vorliegenden Helligkeitsvergleichen berechnen. Wir geben hierunter die Werte von q_{21} an, wo 1 sich auf den Goldschmelzpunkt bezieht, für Hohlraumstrahlung bestimmter Wellenlängen, nebst den mit $c = 14370$ aus

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{T_1 \lambda \lg q_{21}}{c \lg e}}$$

berechneten Werten von T_2 und den daraus folgenden Werten von $t_2 = T_2 - 273,1^\circ - 0,5^\circ$.

Tabelle 10.

λ	q_{21}		T_2	t_2
0,5893	$131 \pm 2,6$	(Nernst u. v. Wartenberg) ¹⁾	$1822,5^\circ \pm 3^\circ$	$1548,9^\circ$
0,6563	80,5	(Hoffmann u. Meissner) ²⁾	$1824,1^\circ$	$1550,5^\circ$
"	81,5	(Hoffmann u. Meissner neuere Bestimmung nach anderer Methode) ³⁾	$1826,0^\circ$	$1552,4^\circ$
				$1550,6^\circ$

Day und Sosman⁴⁾ finden $t_2 = 1549,2^\circ \pm 2^\circ$. $\frac{1}{2}$ Proz. Fehler in q_{21} bringt bei den benutzten Wellenlängen einen Fehler von $0,7^\circ$ bis $0,8^\circ$ in T_2 hervor.

Es ist

$$\frac{\delta T_2}{T_2} = - \frac{\delta c}{c} \cdot \frac{(T_2 - T_1)}{T_1},$$

mit $c = 14600$ bzw. 14500 statt 14370 ergibt sich der Palladiumschmelzpunkt um $10,5$ bzw. $6,0^\circ$ tiefer.

Anhang.

Experimentelle Einzelheiten und Tab. 11.

§ 18. Zu den Versuchen diente das von den Herren Lummer und Pringsheim⁵⁾ benutzte Spiegelspektrometer mit folgenden Abänderungen:

1. Der Teilkreis des Instrumentes gibt $5'$, der Nonius $10''$ an. Statt des letzteren wurde eine mikroskopische Einstellung mit Trommelteilung in 300 Teile benutzt, welche also $1''$ schätzen ließ.

2. Zur Erhaltung einer unveränderlichen und gleichförmigen Temperatur in dem das Spektrometer enthaltenden Gehäuse war zunächst das letztere an der dem Strahler zugewandten Seite mit Asbest bekleidet. Ferner war eine 15 m lange, 7 mm dicke, zu einem ebenen Gitter aufgewickelte

1) W. Nernst u. H. v. Wartenberg, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 8. p. 48. 1906. Dieselben schätzen den Fehler in q_{21} bei ihren Messungen auf 2 Proz.

2) F. Hoffmann u. W. Meissner, Zeitschr. f. Instrumentenk. 32. p. 201. 1912.

3) Erscheint Zeitschr. f. Instrumentenk. für 1913.

4) A. L. Day u. R. B. Sosman, l. c. p. 161.

5) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 1. p. 28 u. 215. 1899.

kupferne, wasserdurchströmte Kühlschlange in einer Ecke des Kastens aufgestellt, und ein Ventilator trieb Luft durch das Gitter hindurch. Es gelang so, die Temperatur im Kasten bis auf einige Zehntel Grad konstant und gleichförmig zu erhalten. Erst bei konstanter Temperatur kommt das Bolometer zur Ruhe, auch die Einstellung der Natriumlinie hängt von der Temperatur ab (§ 22). Endlich ist die Bolometerempfindlichkeit mit der Temperatur ein wenig veränderlich.

3. Um die astigmatischen Abbildungsfehler der Spiegel möglichst einzuschränken, benutzte man möglichst kleine Einfallswinkel, ferner erfolgte die Reflexion am ersten Spiegel in der Horizontalebene, am zweiten in der Vertikalebene, indem die Strahlen über das Prisma hinweggeworfen wurden; die Reflexion in zwei zueinander senkrechten Ebenen ist der Verminderung astigmatischer Abbildungsfehler förderlich. Ein horizontaler Querschlitz auf dem Spalt wurde mit den vertikalen Längskanten desselben zugleich deutlich gesehen, wenn auch die beiden Bilder nicht die gleiche Schärfe hatten.

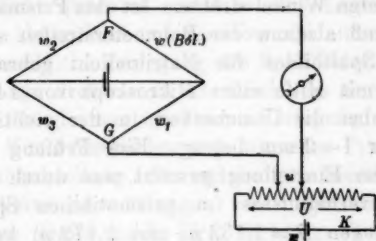
4. Das früher zu solchen Versuchen benutzte Luftbolometer ersetzten wir durch ein Vakuumbolometer¹⁾, das den Vorzug weit ruhigerer Einstellung und größerer Empfindlichkeit besitzt, letzteres in besonders hohem Maß bei dem hier benutzten schmalen Linearbolometer. Das Bolometergehäuse war durch eine Flußspatplatte verschlossen. Die Anordnung der Streifen, des beobachteten und geschützten, war die übliche. Da indessen der bestrahlte Streifen bei der Justierung des Apparates gesehen werden mußte, war ein durch einen berußten Metallschieber verschließbarer Schlitz frei gelassen, der Schieber wurde behufs der Einstellung elektromagnetisch gehoben, bei den Messungen war er niedergelassen, so daß alsdann der bestrahlte Streifen allseitig von schwarzen Wänden umgeben war.

5. Die Intensität der Strahlung wurde nicht, wie bisher üblich, durch Galvanometerausschläge, sondern durch eine Nullmethode bestimmt²⁾, nämlich die zwischen F und G (vgl.

1) E. Warburg, G. Leithäuser u. Ed. Johansen, *Ann. d. Phys.* 24. p. 25. 1907.

2) E. Warburg u. G. Leithäuser, *Zeitschr. f. Instrumentenk.* 30. p. 119. 1910.

Figur) durch Bestrahlung des Bolometerwiderstandes w erzeugte Spannung e am Kompensationskreis K durch Regulierung des Widerstandes U kompensiert. Thermokräfte in U kommen im Vergleich zur EMK. des kompensierenden Akkumulators E nicht in Betracht. Ist u ($0,1 \Omega$) klein gegen U , den ganzen Widerstand des Kompensationskreises, und auch die durch Bestrahlung bewirkte Widerstandszunahme Δw klein gegen $w + w_2$, so ist die Spannung e und damit die Intensität der Strahlung mit U umgekehrt proportional. Es ist nicht nötig, ganz auszukompensieren, einen kleinen übrig bleibenden



Ausschlag bringt man in Rechnung, indem man die einem Skalenteil entsprechende Zunahme γ von U bestimmt. Da $e = Eu/U$, $\delta e = -Eu/U^2 \cdot \delta U$, so ist γ mit U^2 proportional und braucht daher nur für einige Werte von U gemessen zu werden. Diese Methode, deren Korrektheit durch besondere Versuche geprüft wurde, erweitert den Meßbereich, beseitigt alle Korrekturen wegen Änderung der Galvanometerempfindlichkeit mit der Zeit und setzt nur Konstanz der Stromquelle E während einer Versuchsreihe voraus.

§ 19. Die Justierung des Spektralapparates erfolgte nach den gebräuchlichen optischen Methoden. Besondere Maßnahmen erforderte die Realisierung der Bedingung, daß nur Strahlung von dem Mittelblock zum Prisma und Bolometer gelangen darf. Nachdem durch eine optische Methode die günstigste Stellung des Strahlers vor dem Spalt gefunden war, wurde jener entfernt, an die Stelle der von der letzten Blende freigelassenen Öffnung eine auf einer Mattscheibe befestigte Metallblende von der Gestalt der Öffnung gesetzt und die Mattscheibe von hinten beleuchtet. Alles Licht, welches jetzt

auf das Prisma fiel, entsprach falscher Strahlung, d. h. Strahlung, welche nicht vom Mittelblock, sondern von den Blenden oder den Rohrwänden kam, war also abzublenden. Der Versuch ergab, daß die bestrahlte Prismenfläche bis auf einen runden oder ovalen Teil von etwa 28 mm Höhe abzublenden war.

§ 20. Das Prisma befand sich stets in der Minimalstellung für Natriumlicht, die verschiedenen Wellenlängen wurden nach dem Vorgang von Lummer und Pringsheim eingestellt, indem man den zweiten Spiegel und das mit demselben fest verbundene Bolometer um die aus der Dispersionskurve berechneten Winkel drehte. Ist das Prisma richtig eingestellt, so muß alsdann der Bolometerstreifen an die Stelle des scharfen Spaltbildes für Natriumlicht gebracht werden. Dies geschah mit Hilfe eines Mikroskops von 14facher Vergrößerung, wobei die Unsicherheit in der richtigen Tiefeneinstellung nur 1—2 mm betrug. Eine Prüfung für die Zuverlässigkeit der Einstellung gewinnt man durch Bestimmung des Intensitätsverhältnisses im prismatischen Spektrum für zwei Wellenlängen ($\lambda = 1,132 \mu$ und $2,172 \mu$) bei der Ausgangstemperatur T_1 . Dieses Verhältnis stimmte bei den verschiedenen Justierungen für dasselbe Prisma bis auf etwa 1 Proz. überein.

§ 21. Es ist hier die Frage zu erörtern, ob die Doppelbrechung des Quarzes die Einstellung der Wellenlängen merklich beeinflussen kann. Die folgende Diskussion dieser Frage verdanken wir der Hauptsache nach Hrn. Schönrock. Nach dessen Messungen weicht die optische Achse unseres Quarzprismas von 60° um $2,8^\circ$ von der Richtung symmetrischen Strahlendurchgangs ab. Infolgedessen erhält man bei Einstellung des Prismas ins Minimum für Natriumlicht zwei Spaltbilder, die sich um $24''$ unterscheiden. Bei unseren Versuchen wurde der Bolometerstreifen auf die Mitte zwischen diesen beiden Spaltbildern eingestellt. Dem entspricht ein mittlerer Brechungsexponent für Natriumlicht von 1,544216.

Um die Einstellungen für die Wellenlängen im Ultrarot zu finden, wurden unter Annahme von $n_{Na} = 1,544216$ mit den aus Carvallos Formel folgenden Brechungsexponenten des ordentlichen Strahles die Ablenkungen jener Wellenlängen von der Natriumlinie berechnet. Korrekt wäre die Einstellung ge-

wesen, wenn der Bolometerstreifen auch bei jenen Wellenlängen auf die Mitte der beiden Spaltbilder gefallen wäre. Hr. Schönrock hat die Rechnung für $\lambda = 2,172 \mu$ durchgeführt unter der Annahme, daß die optische Achse im Hauptschnitt liegt und die Abweichung gegen die symmetrische Richtung das eine Mal gegen die Basis, das andere Mal gegen die brechende Kante erfolgt. Im ersteren Fall erhält man eine Abweichung von $4''$, im zweiten eine von $2''$ gegen unsere tatsächliche Einstellung.

Zur Einstellung des Prismas ins Minimum der Ablenkung für Natriumlicht wurde es zuerst in eine Lage gebracht, bei welcher eine kleine Drehung desselben im einen oder anderen Sinn keine merkliche Verlegung des Spaltbildes hervorbrachte. Aus dieser Lage drehte man das Prisma im einen und anderen Sinn bis zu der gleichen merkbaren Verlegung des Spaltbildes heraus; das Mittel der beiden so gewonnenen Prismenstellungen galt als Minimalstellung, für welche verschiedene Beobachter auf diese Weise Abweichungen von ungefähr einer Minute fanden. Dies ergibt nach Hrn. Schönrock bei $\lambda = 2,172$ einen Fehler von etwa $2''$.

Da bei $\lambda = 2,172$ einer Änderung von λ um $4''$ eine Änderung von λ um etwa $0,7 \cdot 10^{-3} \mu$ entspricht, so können die aus der Doppelbrechung entspringenden Fehler für unser Quarzprisma von 60° vorläufig außer acht gelassen werden.

§ 22. Schließlich möge der Einfluß der Prismen temperatur besprochen werden, und zwar an dem Beispiel des Flußspats, für welchen allein die erforderlichen Daten vorliegen. Für ihn gibt die folgende Tabelle nach Versuchen des Hrn. E. Liebreich¹⁾ die Änderungen Δn_1 des Brechungsindex in Luft pro Grad Temperaturzunahme in Einheiten der fünften Dezimale. Hinzugefügt ist die Differenz $\Delta_1' = \Delta n_{1,1} - \Delta n_{1,2}$.

Tabelle 11.

$t = 60,5^\circ$			$t = -6^\circ$		
λ	Δn_1	Δ_1'	λ	Δn_1	Δ_1'
0,589	-1,11		0,589	-0,88	
0,9	-1,031	+0,079	1,0	-1,07	-0,19
1,2	-1,040	+0,070	1,5	-0,89	-0,01
1,3	-1,018	+0,092	1,9	-0,88	0
2,0	-0,932	+0,178	2,2	-0,85	+0,03

1) E. Liebreich, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 13. p. 1 u. 700. 1911.

Man hat zu unterscheiden 1. Änderung der Einstellung der Natriumlinie durch Temperaturänderung während des Versuches. Nach den Liebreichschen Messungen setzen wir für unsere mittlere Versuchstemperatur 18° , und für Natriumlicht $\Delta n_1 = 0,96$. Es ist bei ungefähr 11°C. nach Paschen für das Prisma a

λ	n	i_2
0,589	1,433930	$45^\circ 48' 4''$
0,600	1,433673	$45^\circ 46' 47''$

wo i_2 den Winkel bedeutet, welchen der aus dem Prisma tretende Strahl mit dem Einfallslot bildet. Eine Abnahme von n um $257 \cdot 10^{-6}$ bringt demnach eine Abnahme von i_2 um $77''$, eine Abnahme von n um $9,6 \cdot 10^{-6}$ also eine Abnahme von i_2 um $2,9''$ hervor. Direkte Versuche ergaben bei Abkühlung von $22,7^\circ$ auf 14° eine Zunahme von $30''$ in der Ablenkung der Natriumlinie, d. h. pro Grad eine Zunahme um $3,4''$. Dabei ist zu bedenken, daß auch aus sekundären Ursachen die Einstellung der Natriumlinie mit der Temperatur sich ändern kann. Jedenfalls ist hiernach die erzielte Temperaturkonstanz bis auf einige Zehntel Grad ausreichend.

2. erhält man einen Fehler in der eingestellten Wellenlänge λ , wenn die Prismtemperatur eine andere ist als die Temperatur, auf welche die der Rechnung zugrunde gelegten Brechungsexponenten sich beziehen. Dieser Fehler hängt von $\Delta i_2' = \Delta n_{1,\lambda} - \Delta n_{1,N_0}$ ab. Der größte in der Tab. 11 vorkommende Wert von $\Delta i_2'$ ist $0,19$, welcher zwischen $\lambda = 1,1$ und $2,2 \mu$ eine Änderung um $0,38 \cdot 10^{-3} \mu$ in λ hervorbringt.

Die Temperatur bei unseren Versuchen betrug $18^\circ \pm 2^\circ$, die Temperatur, auf welche die Dispersionskurve des Hrn. Paschen sich bezieht, ist wahrscheinlich 11° , also um 7° tiefer als unsere Versuchstemperatur, was einen Fehler von $2,7 \cdot 10^{-3} \mu$ in λ hervorbringt.

Indessen liegen die Verhältnisse beim Quarz, welcher für unsere Normalbestimmungen allein in Betracht kommt, wahrscheinlich viel günstiger. Die Temperatur, auf welche die zugrunde gelegte Dispersionskurve des Hrn. Carvallo sich bezieht, ist ungefähr 18° , außerdem ist Δn_1 für Quarz an der D -Linie ungefähr halb so groß als für Flußspat. Für das Ultrarot liegen am Quarz keine Beobachtungen vor, doch wird

auch Δ'_1 für Quarz wahrscheinlich kleiner sein als für Flußspat, so daß eine Temperaturdifferenz von 2° hier keinen merklichen Fehler hervorbringen dürfte.

§ 23. E/E_m als Funktion von λ/λ_m und λ_m/λ (vgl. § 8).

$$\lambda < \lambda_m.$$

$\frac{\lambda}{\lambda_m}$	$\frac{E}{E_m}$	$\Delta \cdot 10^4$	$\frac{\lambda}{\lambda_m}$	$\frac{E}{E_m}$	$\Delta \cdot 10^4$
0,50	0,2217		0,75	0,8007	178
0,51	0,2440	223	0,76	0,8177	170
0,52	0,2670	230	0,77	0,8339	162
0,53	0,2907	237	0,78	0,8493	154
0,54	0,3149	242	0,79	0,8638	145
0,55	0,3398	247	0,80	0,8776	138
0,56	0,3646	250	0,81	0,8906	130
0,57	0,3899	253	0,82	0,9027	121
0,58	0,4154	255	0,83	0,9141	114
0,59	0,4409	255	0,84	0,9248	107
0,60	0,4664	255	0,85	0,9346	98
0,61	0,4918	254	0,86	0,9436	90
0,62	0,5170	252	0,87	0,9519	83
0,63	0,5422	252	0,88	0,9594	75
0,64	0,5667	245	0,89	0,9664	70
0,65	0,5909	242	0,90	0,9725	61
0,66	0,6147	238	0,91	0,9780	55
0,67	0,6379	232	0,92	0,9829	49
0,68	0,6607	228	0,93	0,9869	40
0,69	0,6828	221	0,94	0,9906	37
0,70	0,7042	214	0,95	0,9936	30
0,71	0,7249	207	0,96	0,9959	23
0,72	0,7450	201	0,97	0,9977	18
0,73	0,7644	194	0,98	0,9990	13
0,74	0,7829	185	0,99	0,9997	7
		178			

$$\lambda > \lambda_m$$

$\frac{\lambda_m}{\lambda}$	$\frac{E}{E_m}$	$\Delta \cdot 10^4$	$\frac{\lambda_m}{\lambda}$	$\frac{E}{E_m}$	$\Delta \cdot 10^4$
0,50	0,4054	187	0,75	0,8855	134
0,51	0,4241	186	0,76	0,8484	129
0,52	0,4427	189	0,77	0,8609	125
0,53	0,4616	188	0,78	0,8729	120
0,54	0,4804	189	0,79	0,8843	114
0,55	0,4998	189	0,80	0,8953	110
0,56	0,5182	187	0,81	0,9056	103
0,57	0,5369	188	0,82	0,9154	98
0,58	0,5557	186	0,83	0,9248	94
0,59	0,5743	185	0,84	0,9335	87
0,60	0,5928	183	0,85	0,9417	82
0,61	0,6111	181	0,86	0,9495	78
0,62	0,6292	178	0,87	0,9565	70
0,63	0,6470	177	0,88	0,9631	66
0,64	0,6647	173	0,89	0,9691	60
0,65	0,6820	171	0,90	0,9745	54
0,66	0,6991	167	0,91	0,9795	50
0,67	0,7158	164	0,92	0,9839	44
0,68	0,7322	160	0,93	0,9877	38
0,69	0,7482	157	0,94	0,9911	34
0,70	0,7639	152	0,95	0,9937	26
0,71	0,7791	148	0,96	0,9961	24
0,72	0,7939	142	0,97	0,9978	17
0,73	0,8081	140	0,98	0,9990	12
0,74	0,8221	134	0,99	0,9997	7

(Eingegangen 25. Januar 1913.)

2. Wasserstoff- und Widerstandsthermometer zwischen 0 und -193°C ; von F. Henning.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Die Temperaturskala zwischen 200 und 450° wurde von Holborn und Henning¹⁾ durch ausgedehnte gasthermometrische Messungen mit einer Genauigkeit von $0,1^{\circ}$ bei 450° festgelegt. Dies geschah, indem mit verschiedenen Gasthermometern zunächst Platinwiderstandsthermometer im Flüssigkeitsbade verglichen wurden, die sodann zur Ermittlung mehrerer Schmelz- und Siedepunkte dienten. Day und Sosman²⁾ haben ähnliche Beobachtungen durchgeführt und sind zu vollständig gleichen Resultaten für die Fixpunkte gelangt.

Es besteht die Absicht, derartige Beobachtungen nunmehr auf Temperaturen unterhalb 0° auszudehnen. Zunächst ist bis herab zur Temperatur der siedenden Luft eine Vergleichung von Platinwiderstandsthermometern mit dem Wasserstoffthermometer ausgeführt worden. Über diese Beobachtungen sowie einige Messungen an Bleiwiderstandsthermometern soll hier berichtet werden.

Holborn³⁾ fand, daß die oberhalb 0° geltende Callendar'sche Gleichung, d. h. die quadratische Funktion zwischen der Temperatur und dem Widerstand des Platins versagt, wenn man die Temperatur erheblich unter den Eispunkt erniedrigt. Die Abweichungen von dieser Beziehung betrugen bei -190° mehr als 2° . Bei $-23,5^{\circ}$ sind nach den Messungen von Chappuis und Harker⁴⁾ noch keine Abweichungen wahr-

1) L. Holborn u. F. Henning, Ann. d. Phys. 35. p. 761. 1911.

2) A. L. Day u. R. B. Sosman, Ann. d. Phys. 38. p. 849. 1912.

3) L. Holborn, Ann. d. Phys. 6. p. 242. 1901.

4) P. Chappuis u. J. A. Harker, Trav. Mém. du Bur. int. 12.

nehmbar. Dewar¹⁾ zeigte, daß der Temperaturkoeffizient des Widerstandes mit abnehmender Temperatur zwar zunimmt, wie es der Callendarschen Beziehung entspricht, dann aber von dieser Regel abweicht und zunächst konstant wird, um schließlich stark abzunehmen. Dieses Resultat haben Kamerlingh Onnes und Clay²⁾ durch Vergleich eines Platinwiderstandes mit dem Wasserstoffthermometer an einer größeren Anzahl von Punkten zwischen 0 und -259° bestätigt. Sie bemühten sich, einen analytischen Ausdruck zu finden, der für tiefe Temperaturen den Widerstand des Platins als Funktion der Temperatur darstellt, doch gelang es ihnen selbst durch Formeln mit vier und fünf Gliedern nicht, dies Ziel zu erreichen.

Zweifelloos ändert sich also der Widerstand des Platins unterhalb 0° nicht mehr nach einfachen Gesetzen. Für eingehende Untersuchungen sind deshalb die leicht zu erzeugenden Temperaturen von etwa -193° (flüssige Luft) und -78° (Alkohol mit fester Kohlensäure) nicht ausreichend. Aus diesem Grunde war es nötig, einen Thermostaten herzustellen, der jede Temperatur eines größeren Intervalles zu erzeugen und längere Zeit konstant zu halten gestattet. Es ist gelungen, dieser Forderung durch ein zwischen 0 und -150° brauchbares Bad von Alkohol oder Petroläther zu genügen, das durch flüssige Luft gekühlt wird. Das Prinzip dieses Apparates, der bereits an anderer Stelle³⁾ näher beschrieben ist, besteht in folgendem: In die Badflüssigkeit, die sich in einem Dewargefäß befindet, taucht ein U-förmig gebogenes Glasrohr, in das flüssige Luft tropft und dort unter Abkühlung der Umgebung verdampft. Die flüssige Luft wird aus einer Vorratsflasche durch einen doppelwandigen evakuierten und versilberten Heber entnommen und ihre pro Zeiteinheit überströmende Menge durch den Gasdruck in der Vorratsflasche reguliert. Dadurch ist es möglich, die Kühlwirkung zeitlich so konstant zu halten, daß die Temperatur des Bades beliebig lange auf wenige hundertstel Grad ungeändert bleibt. Höhere Konstanz ist auch von Kamerling

1) J. Dewar, Proc. Roy. Soc. 73. p. 250. 1904.

2) H. Kamerlingh Onnes u. J. Clay, Leiden Comm. Nr. 95 c. 1906.

3) F. Henning, Zeitschr. f. Instrumentenk. 33. p. 33. 1913.

Onnes¹⁾ durch Bäder siedender Flüssigkeiten nicht erzielt worden. Eine sehr gleichmäßige Verteilung der Temperatur innerhalb des Bades erreicht man, wenn man die Kühlvorrichtung, d. h. das soeben genannte U-förmige Rohr in das Rohr einer Turbine bringt. Es wird dann ständig an dem U-Rohr ein starker Flüssigkeitsstrom vorübergetrieben, der nur eine geringe Abkühlung erleidet, so daß überhaupt keine großen Temperaturdifferenzen in dem Bade zur Ausbildung kommen.

Außerhalb des Temperaturbereiches des Thermostaten wurden noch Beobachtungen in siedendem Sauerstoff und siedender Luft vorgenommen.

Das Gasthermometer.

Die Anordnung und Handhabung des Gasthermometers nebst zugehörigen Quecksilbermanometers war die gleiche wie bei der früheren Arbeit (vgl. p. 635 l. c. 1). Es kam ein Gefäß aus Jenaer Glas 59^{III} zur Anwendung, das mit elektrolytisch hergestelltem sorgfältig getrocknetem und gereinigtem Wasserstoff gefüllt wurde. Das Volumen des zylindrischen Gefäßes betrug 100 ccm, seine Länge ca. 10 cm, sein Durchmesser ca. 4 cm. Das Stück der Kapillare zwischen dem Knie *K* und dem Gefäß hatte eine Länge von 19 cm. Nachdem eine Anzahl von Messungen bei -193 und -183° ausgeführt waren, zeigte sich an der Kapillare des Gefäßes ein Sprung, der infolge mangelhafter Kühlung des Glases entstanden war. Es wurde darauf an das Gefäß eine andere Kapillare angeschmolzen und die Konstanten des Gasthermometers von neuem bestimmt. Hierbei trat eine geringe Änderung des Gefäßvolumens auf, da es für die volumenometrische Bestimmung des schädlichen Raumes nötig war, an das untere Ende *i* (vgl. die Fig. 1) des Gefäßes *G* ein Glasrohr anzusetzen, das nach Beendigung dieser Hilfsmessungen wieder abgeschmolzen wurde.

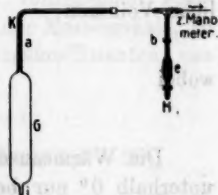


Fig. 1.

¹⁾ H. Kamerlingh Onnes, z. B. *Liden Comm.* Nr. 88. p. 12 u. plate III. 1902.

Es möge genannt werden:

V_0 das Volumen des Gefäßes G , gerechnet von a , d. h. 5 cm unterhalb des Knies K der Kapillare, und zwar bei 0° und dem Innendruck 0.

v das schädliche Volumen, gerechnet von der Stelle a bis zur untersten (mit 0 bezeichneten) Marke der Teilung b .

Φ der Durchmesser der Kapillare des Gefäßes.

α der Druckkoeffizient des Gefäßes, d. h. die relative Änderung des Volumens V bei einer Änderung der beiderseitigen Druckdifferenz um 1 mm Quecksilber. — Diese Größe wurde bei Zimmertemperatur gemessen und ihres geringen Einflusses wegen als unabhängig von der Temperatur angesehen.

P_0 der in gewisser Weise (vgl. unten) reduzierte Gasdruck bei 0° .

β der mittlere Druckkoeffizient des Gases zwischen 0 und 100° .

Für die beiden Gefäße bzw. Füllungen gelten folgende Zahlen:

Tabelle 1.

	V_0 ccm	v ccm	Φ mm	$\alpha \cdot 10^7$	P_0 mm Hg	100 β
I	99,76	0,869,	0,850	0,42	822,3	0,36615
II	99,74	0,858,	0,842	0,42	740,0	0,36614

Das schädliche Volumen ist ein wenig variabel, da sich die Quecksilberhöhe bei b in geringen Grenzen ändert. Steht der Meniskus hier k cm über der Marke 0, so ist das schädliche Volumen

$$v_s = v - \frac{dv}{dk} k,$$

wobei

$$\frac{dv}{dk} = 0,0045 \text{ ist.}$$

Die Wärmeausdehnung des Jenaer Glases 59^m ist bisher unterhalb 0° nur bei der Temperatur der flüssigen Luft gemessen, und zwar relativ gegen Platin und Quarzglas von Henning¹⁾. Die absolute Ausdehnung von Platin und Quarzglas haben Scheel und Heuse²⁾ ermittelt. Aus diesen Beobachtungen wurde abgeleitet, daß sich ein Stab aus Glas 59^m von 1 m Länge linear um 794μ ausdehnt, wenn man ihn von -191

1) F. Henning, Ann. d. Phys. 22. p. 631. 1907.

2) K. Scheel u. W. Heuse, Zeitschr. f. Instrumentenk. 28. p. 106. 1908.

bis 0° erwärmt. Ferner ist aus den Messungen von Holborn und Grüneisen¹⁾ zu entnehmen, daß sich ein solcher Stab bei weiterer Erwärmung von 0 auf 100° um 592μ ausdehnt. Vereinigt man diese Zahlen zu einer quadratischen Beziehung zwischen der Ausdehnung und der Temperatur t , so findet man unter der Annahme völliger Isotropie des Glases den mittleren kubischen Ausdehnungskoeffizienten zwischen 0 und t° zu

$$\gamma = a + \beta t = 15,942 \cdot 10^{-6} + 0,01818 t \cdot 10^{-8}.$$

Die Temperatur t des Gasthermometers berechnet man nach der Formel

$$(1) \quad t = \frac{P_t}{\beta P_0} - \frac{1}{\beta},$$

wobei

$$(1a) \quad 100\beta = \frac{P_{100}}{P_0} - 1$$

und

$$(1b) \quad P_t = p \left(1 + \gamma t + \alpha p + \frac{v}{V_0} \frac{1 + \beta t}{1 + \beta t_t} \right).$$

t , bezeichnet die Temperatur des schädlichen Raumes und p die auf eine mittlere Zimmertemperatur, etwa 20° reduzierte Höhe der Quecksilbersäule. Ergibt die Ablesung am Manometer direkt den Wert A in Millimetern bei der Temperatur t' der Quecksilbersäule und nennt man A_0 die im vorliegenden Falle 4,88 mm betragende Nullpunktskorrektur der Messingskala, so ist, wenn q die Differenz des Ausdehnungskoeffizienten von Quecksilber und Messing bedeutet,

$$(2) \quad \begin{cases} p = (A - A_0)[1 - q(t' - 20)] \\ \quad = (A - 4,88)[1 - 0,000163(t' - 20)]. \end{cases}$$

Da t , niemals mehr als 5° von 20° entfernt war, so darf man mit einer Genauigkeit, die etwa $0,001^\circ$ der gesuchten Temperatur t entspricht,

$$(3) \quad \frac{1}{1 + \beta t} = 0,9318 [1 - 0,003412(t - 20)]$$

setzen, wobei $\beta = 0,003662$ angenommen ist.

1) L. Holborn u. E. Grüneisen, Ann. d. Phys. 6. p. 136. 1901.

Unter Berücksichtigung dieser Entwicklung und der Gleichung (1b) folgt für die Füllung II, mit der weitaus die meisten Messungen durchgeführt wurden, die Beziehung

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} P_t = (A - A_0) \{ 1 + a t + b t^2 + \alpha p - q(t - 20) \\ + \nu(1 + \beta t)[1 - \tau(t_s - 20) - \varrho k] \}, \end{aligned} \right.$$

wobei man setzt:

$$\begin{aligned} A_0 &= 4,88 \text{ mm}, \quad a = 15,942 \cdot 10^{-6}, \quad b = 0,01818 \cdot 10^{-6}, \\ \alpha &= 0,42 \cdot 10^{-7}, \quad q = 0,000163, \quad \nu = \frac{p}{V_0} \cdot 0,9318 = 0,008024, \\ \beta &= 0,003662, \quad \tau = \frac{\beta}{1 + 20\beta} = 0,003412, \quad \varrho = \frac{1}{\nu} \frac{d\nu}{dk} = 0,0052. \end{aligned}$$

Beim Eis- und Siedepunkt lagen die Ablesungen A in der Nähe von 738,9 und 1002,0 mm. Dementsprechend leitet man für diese beiden Punkte folgende Formeln ab:

$$\begin{aligned} P_0 &= A + 0,008(A - 738,9) + 1,033 - 0,1196(t - 20) \\ &\quad - 0,02010(t_s - 20) - 0,0306k, \\ P_{100} &= A + 0,0128(A - 1002) + 0,0470(t - 100) + 7,863 \\ &\quad - 0,163(t - 20) - 0,0373(t_s - 20) - 0,057k. \end{aligned}$$

Aus diesen Ausdrücken und Gleichung (4) findet man (vgl. Tab. 2) den Einfluß des schädlichen Volumens bei $t_s = 20^\circ$, der Ausdehnung des Gefäßes und der übrigen Korrekturen auf die Fundamentalpunkte P_0 und P_{100} , sowie auf den Koeffizienten β . Es ist dabei berücksichtigt, daß, wie eine einfache Rechnung ergibt,

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = 3,73 \left(\frac{\Delta P_{100}}{P_{100}} - \frac{\Delta P_0}{P_0} \right) \text{ ist.}$$

Tabelle 2.

Korrektion hervorgerufen durch	$\frac{\Delta P_0}{P_0} \cdot 10^4$	$\frac{\Delta P_{100}}{P_{100}} \cdot 10^4$	$\frac{\Delta\beta}{\beta} \cdot 10^4$
Wärmeausdehnung des Gefäßes	—	+ 17,8	+ 66,4
Elastische Dehnung „ „	+ 0,3	+ 0,4	+ 0,4
Schädlicher Raum bei $t_s = 20^\circ$	+ 80,2	+ 109,6	+ 109,6
$t - 20 = 1^\circ$	1,6	1,6	0,0
$t_s - 20 = 1^\circ$	0,3	0,4	0,4
$k = 1 \text{ cm}$	0,4	0,6	0,6

Der schädliche Raum sowie die Wärmeausdehnung ist auf 1—2 Proz. bekannt. Man kann somit schließen, daß der Koeffizient β , da die Temperaturdifferenz des Fundamentalabstandes auf etwa $0,01^\circ$ zu verwirklichen und systematische Fehler in der Temperatur der Quecksilbersäule und des schädlichen Raumes gänzlich herausfallen oder von geringer Bedeutung sind, auf 2—3 Zehntausendstel seines Wertes richtig gefunden werden kann.

In der folgenden Tabelle sind die in Reihe II beobachteten β nebst den zugehörigen P_0 angegeben; letztere Werte sind graphisch ausgeglichen und für den Tag, an dem das zugehörige P_{100} gemessen wurde, interpoliert.

Tabelle 3.

Datum 1912	P_0	100 β
16. 4.	740,20	0,36606
18. 4.	19	14
29. 4.	13	13
10. 5.	09	14
8. 6.	03	21
26. 6.	02	14
16. 7.	00	04
7. 8.	789,99	21
5. 10.	97	18
		0,36614

Die anfangs stärkere und später langsamere Abnahme von P_0 zeigte sich auch bei Reihe I. Es war hier am 20. Oktober 1911

$$P_0 = 822,46 \text{ mm}$$

und am 23. März 1912

$$P_0 = 822,15 \text{ mm.}$$

Der Koeffizient β schwankte etwa um den gleichen Betrag wie in Reihe II und lieferte den bereits in Tab. 1 angeführten Mittelwert. — Systematische Änderungen von β sind in beiden Reihen nicht zu konstatieren. Man kann also annehmen, daß das Gas ungeändert blieb. Die ständige Abnahme von P_0 scheint somit auf eine Vergrößerung des Gefäßvolumens hin-

zuweisen, die während jeder der beiden Beobachtungsreihen etwa 0,03—0,04 ccm betragen müßte.

Der hier ermittelte und für die endgültige Berechnung der Temperatur verwendete Wert von β für Wasserstoff ist um fast 0,02 Proz. kleiner als ihn Chappuis¹⁾ unter erheblich günstigeren Versuchsbedingungen fand. Mit einem Glasgefäß von etwa 1000 ccm Inhalt, dessen Wärmeausdehnung direkt bestimmt wurde und dessen schädliches Volumen von fast zehnmal geringerem Einfluß war als bei der vorliegenden Arbeit, beobachtete er $\beta = 0,0036622$ für $P_0 = 1000$ mm. Für den Anfangsdruck 0 ist der Wert $\beta = 0,0036618$ zu erwarten, so daß man für $P_0 = 760$ mm $\beta = 0,0036621$ interpoliert.

Zur leichten Berechnung der Temperatur t des Gasthermometers wurde die gewöhnlich hierfür aufgestellte Formel auf eine andere Gestalt gebracht. Die hierzu erforderlichen Reihenentwickelungen wurden so weit durchgeführt, daß sich das Schlußresultat auf 2—3 Tausendstel Grad rechnerisch richtig ergibt.

a) Nimmt man nur auf die Nullpunktskorrektur A_0 der Skala Rücksicht, so folgt aus Gleichung (1) und (4), indem man $t + 1/\beta$ mit ϑ bezeichnet

$$\vartheta = \frac{A - A_0}{\beta P_0}.$$

b) Setzt man alle Korrekturen, d. h. alle in der geschweiften Klammer von Gleichung (4) hinter der 1 stehenden Größen, mit ihrem bei $t = 0^\circ$ gültigen Betrage ein, und nimmt man $t' = t_s = 20^\circ$, $k = 0$ an, so folgt, da nahezu $p_0 = P_0$ ist, in entsprechender Bezeichnungsweise wie unter a)

$$\vartheta' = \frac{A - A_0}{\beta P_0} [1 + \kappa P_0 + \nu] = \vartheta \cdot \omega.$$

ω sei die abgekürzte Bezeichnung für die Klammer.

1) P. Chappuis, Trav. et Mém. du Bur. int. 13. p. 61. 1903. Die in dieser Arbeit mitgeteilten Beobachtungen von β mittels eines Gefäßes aus Platiniridium liefern größere Werte, nämlich 0,0036625 und 0,0036630. Da Wasserstoff bei höherer Temperatur durch Platinmetalle diffundiert, so ist der Verdacht nicht von der Hand zu weisen, daß auch schon innerhalb des Fundamentalabstandes Wasserstoff in Gegenwart von Platin nicht alle Ansprüche erfüllt, die man an eine einwandfreie Messung stellen muß.

c) Wenn man außerdem der Reihe nach 1. den im Vergleich zum Eispunkt veränderten Einfluß des schädlichen Raumes, 2. die Volumenänderung des Gefäßes wegen seiner Wärmeausdehnung, 3. wegen seiner elastischen Dehnung berücksichtigt, so findet man durch Reihenentwicklung folgende Korrekturen von ϑ'

$$A_1 = \vartheta_v - \vartheta' = -\vartheta v + \vartheta^2 v \beta (\omega - v) + \vartheta^3 \omega v^2 \beta^2,$$

$$A_2 = \vartheta_\gamma - \vartheta' = -\vartheta \left(\frac{b}{\beta^2} - \frac{a}{\beta} \right) + \vartheta^2 \omega \left(a + \frac{2b}{\beta} \right) - \vartheta^3 b \omega^2,$$

$$A_3 = \vartheta_\pi - \vartheta' = -\vartheta \pi P_0 + \vartheta^2 \pi \beta P_0.$$

Dies sind die ständigen Korrekturen von ϑ' , die in vollem Betrage bei jeder Beobachtung anzubringen sind, solange es sich um dieselbe Füllung handelt. Die von Fall zu Fall wechselnden Korrekturen sind ebenfalls drei an der Zahl, sie mögen mit den Ziffern 4—6 bezeichnet werden. Sie entstehen dadurch, daß 4. die Temperatur t' der Quecksilbersäule, 5. die Temperatur t_s des schädlichen Raumes von 20° verschieden sind, und daß 6. k nicht 0 ist. Aus diesen drei Gründen ist ϑ' zu erhöhen um den Betrag

$$A_4 = \vartheta_q - \vartheta' = -q(t' - 20)\vartheta,$$

$$A_5 = \vartheta_\tau - \vartheta' = -\tau(t_s - 20)\vartheta^2\beta \cdot v,$$

$$A_6 = \vartheta_e - \vartheta' = -\varrho k \vartheta^2 \beta \cdot v.$$

Trägt man noch dem Umstande Rechnung, daß $1/\beta$ ein wenig von dem absoluten Betrage des Eispunktes, der zu $273,10^\circ$ angenommen wird, abweicht, so ist die vom Gasthermometer angezeigte absolute Temperatur durch den Ausdruck

$$T = \vartheta' + \sum_{n=1}^{n=6} A_n + 273,10 - \frac{1}{\beta}$$

gegeben.

Es ist zweckmäßig, alle Glieder, deren Betrag konstant ist oder nur von ϑ abhängt, zusammenzufassen. Sie mögen mit Θ bezeichnet werden, so daß also

$$T = \Theta + A_4 + A_5 + A_6$$

ist. Mit den für Füllung II geltenden Konstanten erhält man, wenn man noch $P_0 = 740,20$ und $\beta = 0,0036617$ setzt (mit

diesen angenähert gültigen Zahlen wurde die vorläufige Rechnung durchgeführt), folgenden Ausdruck für Θ

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} \Theta = f(A) = & -1,792 + 0,36779 A + 0,04828 \cdot 10^{-4} A^2 \\ & + 0,00097 \cdot 10^{-6} A^3. \end{aligned} \right.$$

Da man beim praktischen Gebrauch des Gasthermometers stets eine größere Anzahl von Ablesungen in der Nähe eines Mittelwertes A_m vornimmt, so empfiehlt es sich

$$\Theta = f(A_m) + (A - A_m) \frac{df(A)}{dA}$$

zu setzen, so daß man schließlich für die gesuchte Temperatur T eine Gleichung von der Gestalt

$$(6) \quad T = f(A_m) + (A - A_m) \frac{df(A)}{dA} + c_1(t' - 20) + c_2(t_s - 20) + c_3 k$$

erhält.

Die Rechnung liefert für Füllung II folgende Werte der Koeffizienten dieser Gleichung:

Tabelle 4.

A_m	$f(A_m)$	$\frac{df(A)}{dA}$	c_1	c_2	c_3
200	71,968	0,3698	-0,0117	-0,0006	-0,0008
300	109,007	0,3710	-0,0177	-0,0012	-0,0018
400	146,160	0,3721	-0,0237	-0,0021	-0,0032
500	183,433	0,3734	-0,0298	-0,0033	-0,0051
600	220,831	0,3746	-0,0358	-0,0048	-0,0074
700	258,360	0,3760	-0,0418	-0,0066	-0,0100

Hat man den Zahlenwert von $f(A_m)$ aus Gleichung (5) berechnet, so kann man mit Hilfe dieser Tabelle die zu jeder Gruppe von Ablesungen (A , t' , t_s , k) gehörige Temperatur des Gasthermometers durch sehr geringe Rechenarbeit (etwa mit dem Rechenschieber) ermitteln. Stellt sich später heraus, wie es bei der vorliegenden Arbeit der Fall war, daß sich P_0 mit der Zeit verändert, und daß auch für β nicht der völlig richtige Betrag eingesetzt ist, so läßt sich das Schlußresultat leicht verbessern, und zwar ist, wenn man P_0 um ΔP_0 , β um

$\Delta\beta$ erhöhen muß, das mit den angenäherten Daten berechnete T um

$$\Delta T = - \left(t + \frac{1}{\beta} \right) \frac{\Delta P_0}{P_0} - t \frac{\Delta\beta}{\beta}$$

zu erhöhen.

Tab. 4 läßt in Gemeinschaft mit Gleichung (6) sofort den Einfluß erkennen, den ein Fehler in der Temperatur t' und t , auf das Resultat ausübt. Soll T auf $0,01^\circ$ richtig sein, so darf t' bzw. t , um nicht mehr als $0,24$ bzw. $1,5^\circ$ fehlerhaft sein. Dies sind leicht erfüllbare Bedingungen. Die Größe k kann man auf $0,1$ mm ablesen, während noch das 100fache dieses Betrages den Anforderungen genügt. Die vorstehenden Entwicklungen geben ferner über den Einfluß des schädlichen Raumes sowie der thermischen und elastischen Ausdehnung des Gefäßes auf das Resultat Aufschluß. Die durch diese Größen veranlaßten Korrekturen sind die oben angeführten Ausdrücke Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 , wenn, wie ihre Ableitung zeigt, die Bedingung gestellt wird, daß β nicht von den Fehlern, die der Bestimmung des schädlichen Raumes und der Ausdehnung des Gefäßes anhaften, beeinflusst ist. Diese Bedingung tritt nur dann ein, wenn man β aus anderweitigen Messungen, etwa denjenigen von Chappuis, entnimmt. Dieser Fall möge mit 1) bezeichnet werden. Daneben wollen wir den Fall 2) betrachten, der eintritt, wenn für alle Rechnungen das direkt beobachtete β , das also mit allen Fehlern des schädlichen Raumes und der Ausdehnung behaftet ist, eingesetzt wird. Im Falle 2) ist die durch das schädliche Volumen, sowie die thermische und elastische Ausdehnung des Gefäßes veranlaßte Korrektur durch

$$\Delta_1 - t \frac{\Delta\beta}{\beta}; \quad \Delta_2 - t \frac{\Delta\beta}{\beta}; \quad \Delta_3 - t \frac{\Delta\beta}{\beta}$$

gegeben, wobei die Quotienten $\Delta\beta/\beta$ aus Tab. 2 zu entnehmen sind.

Folgende Tabelle enthält die für Fall 1) und 2) gültigen Berechnungen.

Hieraus ist ersichtlich, daß es unterhalb -80° vorteilhafter ist, ein völlig richtiges β einzusetzen, oberhalb -80° dagegen liefert das direkt beobachtete β das günstigere Resultat.

Tabelle 5.

A	T	t	Schäd. Raum		Therm. Ausdehn.		Elast. Ausdehn.	
			1)	2)	1)	2)	1)	2)
200	72,0°	-201,1	-0,425°	+1,780°	-0,178°	+1,157°	-0,002°	+0,006°
300	109,0	-164,1	-0,525	+1,274	-0,281	+0,858	-0,002	+0,005
400	146,2	-126,9	-0,544	+0,849	-0,251	+0,592	-0,002	+0,003
500	183,4	- 89,7	-0,482	+0,502	-0,233	+0,363	-0,002	+0,002
600	220,8	- 52,3	-0,389	+0,235	-0,170	+0,177	-0,001	+0,001
700	258,4	- 14,7	-0,115	+0,046	-0,058	+0,040	-0,001	0,000

Dies Ergebnis besitzt allgemeine Gültigkeit, wie man sich durch folgende Überlegung überzeugt: Aus der Grundgleichung (1) für das Gasthermometer folgt, je nachdem man P , P_0 und β oder P , P_0 , P_{100} als unabhängige Variable betrachtet

$$(7) \quad \Delta t = \frac{1}{\beta} \frac{\Delta P_t}{P_0} - \left(t + \frac{1}{\beta} \right) \frac{\Delta P_0}{P_0} - t \frac{\Delta \beta}{\beta}$$

oder

$$(8) \quad \Delta t = \frac{1}{\beta} \frac{\Delta P_t}{P_0} + \frac{t-100}{100\beta} \frac{\Delta P_0}{P_0} - \frac{t}{100\beta} \cdot \frac{\Delta P_{100}}{P_0}.$$

Die erste dieser Gleichungen enthält die Bedingung, daß für $t = 0$ auch $\Delta t = 0$ ist. Sie entspricht vollständig dem Fall 1), wenn man $\Delta \beta = 0$ setzt.

Die Gleichung (8) gilt für den Fall 2); aus ihr folgt $\Delta t = 0$ sowohl für $t = 0$ als für $t = 100^\circ$, was eintreten muß, wenn man für die Rechnung dasjenige β verwendet, das direkt beobachtet wurde.

Setzt man nun in Gleichung (4) in erster Näherung $A - A_0 = P_0(1 + \beta t)$, so findet man, wenn man z. B. den Einfluß des schädlichen Raumes ermitteln will,

$$\frac{\Delta P_t}{P_0} = (1 + \beta t)^2 v = \beta^2 (t + 273)^2 v$$

und entsprechend

$$\frac{\Delta P_0}{P_0} = \beta^2 273^2 v; \quad \frac{\Delta P_{100}}{P_0} = \beta^2 373^2 v.$$

Mit diesen Werten liefern Gleichung (7) unter der Bedingung, daß $\Delta \beta = 0$, und Gleichung (8) die Resultate

$$\text{Fall 1)} \quad \Delta t = v \beta t (t + 273)$$

und

$$\text{Fall 2)} \quad \Delta t = v \beta t (t - 100).$$

Für hohe Temperaturen ist Fall 2) günstiger, für tiefe dagegen Fall 1). Beide Werte von Δt werden dem absoluten Betrage nach gleich, wenn

$$t + 273 = -(t - 100)$$

oder

$$t = -86,5^{\circ}$$

ist. Ganz ähnliche Überlegungen kann man bezüglich der Ausdehnung des Gefäßes anstellen.

Aus Tab. 5 ist ersichtlich, daß bei der Temperatur der flüssigen Luft und einem Fehler von 1—2 Proz. im schädlichen Raume wie der Gefäßausdehnung das Resultat im Falle 1) auf etwa $0,01^{\circ}$, im Falle 2) auf etwa $0,04^{\circ}$ als richtig angesehen werden darf. Bei -100° beläuft sich die Unsicherheit in beiden Fällen auf $0,01$ — $0,02^{\circ}$.

Es wurde vorgezogen, gänzlich auf eigenen Messungen zu stehen, also Fall 2) zu wählen, und alle Rechnungen mit dem direkt beobachteten Wert von β durchzuführen. Neue fundamentale Beobachtungen des Koeffizienten β sind in Aussicht genommen. Sollte es gelingen, durch nachträgliche Bestimmungen den angenommenen Wert für die Ausdehnung des Glases oder des schädlichen Raumes zu verbessern und dadurch einen anderen Wert von β zu gewinnen, so wird es leicht sein, diesem Umstand entsprechend die Ergebnisse dieser Arbeit abzuändern.

Von der Reduktion der mit dem Wasserstoffthermometer gemessenen Temperaturen auf die thermodynamische Skala mag einstweilen abgesehen werden, bis die geplante Vergleichung des Wasserstoffthermometers mit dem Heliumthermometer durchgeführt ist.

Die Platinthermometer.

Die hauptsächlichsten Messungen wurden mit vier neu hergestellten Platinthermometern ausgeführt, die mit 29, 30, 31, 32 bezeichnet sind. Der Platindraht besitzt einen Durchmesser von $0,05$ mm und ist auf ein Glimmerkreuz von 5 cm Länge gewickelt. Die Zuleitungen für den Strom und die Spannungsabnahme bestehen aus Silber. Alle vier Thermometer sind durch Glasrohre geschützt, von denen diejenigen von 29 und 30

unten offen sind, so daß die Platindrähte direkt mit der Badflüssigkeit, deren elektrische Isolation außer Zweifel stand, in Berührung gebracht werden können. Es war somit die Möglichkeit gegeben, Thermometer verschiedener Trägheit zu verwenden. Bei der guten Konstanz der Bäder zeigte sich aber kein Anlaß, auf diesen Umstand Rücksicht zu nehmen.

Um den Eis- und Siedepunkt der Thermometer 29 und 30 zu beobachten, wurden sie nebst dem Glasrohr in eine eng anschließende Hülse aus Schablonenkupfer gesteckt, die unten geschlossen war und den Platindraht vor Feuchtigkeit schützte. Bevor die Vergleichung dieser Thermometer mit dem Gas-thermometer stattfand, wurde jedes von ihnen in erstarrtem Zink (419,40°, vgl. p. 635 l. c. 1) gemessen und somit die in der Callendarschen Schreibweise mit δ bezeichnete dritte Konstante des Thermometers festgelegt. Für diesen Versuch mußten bei 29 und 30 die unten offenen Glasrohre durch geschlossene ersetzt werden.

Für die Platinthermometer gelten folgende Formeln, wenn mit r eine dem Widerstand proportionale Größe, mit t_p die Platintemperatur und mit t_e die nach der Callendarschen quadratischen Beziehung berechnete Temperatur bezeichnet wird:

$$(9) \quad t_p = \frac{r}{\alpha \cdot r_0} - \frac{1}{\alpha}; \quad 100 \alpha = \frac{r_{100}}{r_0} - 1,$$

$$(9a) \quad t_e - t_p = \delta \frac{t_e}{100} \left(\frac{t_e}{100} - 1 \right).$$

Zur Abkürzung möge im folgenden

$$t_e + 273,10 = T_e \quad \text{und} \quad t_p + 273,10 = T_p$$

gesetzt werden. Die Konstanten r_0 , α , δ von im ganzen acht Platinthermometern sind nebst einigen anderen Größen, die weiter unten besprochen werden, in Tab. 6 zusammengestellt.

Die Messung der Widerstände geschah, wie früher¹⁾ angegeben, mit dem Kompensationsapparat. Als Vergleichswiderstand diente die Büchse von 20 Ohm. Die mitgeteilten Werte von r_0 sind die Einstellungen des Kompensators, korrigiert auf den Fall, daß dem Vergleichswiderstand bei 18°C.

1) L. Holborn u. F. Henning, Ann. d. Phys. 26. p. 833. 1908.

die Kurbelstellung 600000 entspricht, was stets sehr nahe zutraf. Der durch Büchse und Kompensator fließende Strom betrug etwa 2 Milliamp. Alle in Tab. 6 aufgeführten Thermometer, mit Ausnahme von Nr. 1, besitzen bei 0° einen Widerstand von 11–12 Ohm; der Widerstand von Nr. 1 ist etwa viermal kleiner.

Tabelle 6.

Die Konstanten der Platinthermometer.

Nr.	r_0	100α	δ	$c \cdot 10^5$	$M \cdot 10^5$	$N \cdot 10^5$
1	078178	0,38624	1,510	-0,68	-1254	-171
7	339885	0,38874	1,492	+0,09	-691	+23
27	346737	0,39131	1,491	+0,06	-32	+15
28	351229	0,39132	1,491	+0,11	-34	+28
29	358001	0,39150	1,484	0,00	+23	0
30	362332	0,39134	1,486	-0,10	-8	-26
31	363032	0,39143	1,482	+0,10	-5	+26
32	372479	0,39141	1,487			

Während der ganzen Beobachtungszeit blieben die Thermometer 29–32 gut konstant. Systematische Änderungen von r_0 zeigten sich zwar bei Nr. 32, aber nur andeutungsweise, sie betrugen etwa 2–3 Hunderttausendstel. α scheint bei allen vier Thermometern eine mit der Zeit fortschreitende geringe Erhöhung seines Wertes zu erleiden. Die größten Differenzen betrugen indessen nur etwa 1 Zehntausendstel, was der Genauigkeit, mit der der Fundamentalabstand der Temperaturskala verwirklicht werden kann, nahekommt. Gerechnet wurde mit den in Tab. 6 angeführten Mittelwerten. Da endlich δ bis auf etwa 0,1 Proz. reproduzierbar ist, so wird selbst im ungünstigsten Falle die durch das Platinthermometer herbeigeführte Unsicherheit $0,01^{\circ}$ kaum übersteigen.

Die Resultate der Messungen sind in Tab. 7 dargestellt. Im allgemeinen wurden mit dem Gasthermometer, dessen absolute Temperatur T in Spalte 3 enthalten ist, gleichzeitig zwei Platinthermometer verglichen. Die Beobachtungen wurden dabei symmetrisch zur Mitte angeordnet, so daß der zeitliche Gang der Temperatur, der während jedes etwa 10 Minuten dauernden Satzes selten über $0,02^{\circ}$ betrug, gänzlich herausfiel. Spalte 2 gibt an, aus wie vielen solcher symmetrisch

Tabelle

1	2	3	4	5	6	7	8
Datum 1912	Anzahl	<i>T</i>	<i>T_c</i> Nr. 29		<i>T_c</i> Nr. 30		
			beob.	beob.-ber.	beob.	beob.-ber.	korr.
1. Füllung des							
25. 1.	15	90,07°	88,35°	+0,01°	88,32°	+0,03°	88,37°
6. 2.	14	90,06	88,29	-0,04	88,25	-0,03	88,30
20. 2.	7	90,05	88,29	-0,02	88,24	-0,02	88,29
2. 3.	12	79,88	77,81	0,00	77,77	+0,01	77,82
9. 3.	12	79,93	77,86	0,00	77,82	+0,02	77,88
2. Füllung des							
8. 5.	7	233,81°					
24. 5.	10	221,01					
25. 5.	8	189,18					
5. 6.	12	177,15	176,97°	0,00°			
10. 6.	3	124,76	124,00	+0,03			
13. 6.	9	151,28	150,85	-0,03			
21. 6.	9	140,63			140,13°	+0,04°	141,16°
22. 6.	10	163,60			163,28	-0,02	163,30
2. 7.	11	251,37			251,37	0,00	251,37
3. 7.	10	190,96			190,85	0,00	190,86
5. 7.	10	222,86			222,83	-0,01	222,84
17. 7.	8	79,54			77,42	+0,01	77,48
17. 7.	5	79,60	77,53	0,00			
24. 7.	5	90,11	88,38	0,00			
24. 7.	5	90,09			88,29	-0,02	88,34
31. 7.	8	123,16			122,24	-0,04	122,28
31. 7.	4	124,10	123,27	-0,02			
2. 8.	3	172,44			172,19	-0,03	172,20
3. 8.	4	168,92			168,66	-0,01	168,68
3. 8.	7	169,63	169,39	-0,01			
6. 8.	4	220,57			220,58	+0,02	220,58
6. 8.	3	221,13	221,14	+0,02			
3. 10.	6	238,37	238,40	+0,03	238,48	+0,11	238,48
3. 10.	4	238,72					
16. 11.	5	245,64					

7.

9	10	11	12	13	14	15	16
T_c Nr. 31			T_c Nr. 32		T_M	$\Delta T = T - T_M$	
beob.	beob.-ber.	korr.	beob.	beob.-ber.		beob.	beob.-ber.

Gasthermometers

88,36°	+1,71°	-0,02°
88,30	+1,76	+0,03
88,29	+1,76	+0,02
77,82	+2,06	-0,01
77,87	+2,06	-0,01

Gasthermometers

233,77°	-0,04°	233,77°	233,77°	-0,04°	233,77°	+0,04°	+0,04°
220,97	-0,04	220,96	220,89	-0,11	220,93	+0,08	+0,07
189,16	+0,08	189,15	189,06	-0,01	189,10	+0,08	-0,03
			176,96	-0,01	176,96	+0,19	+0,01
			123,96	-0,01	123,98	+0,78	-0,01
			150,88	0,00	150,87	+0,39	+0,01
			140,17	+0,05	140,16	+0,47	-0,04
			163,31	-0,01	163,30	+0,30	+0,02
			251,38	+0,01	251,38	-0,01	-0,01
			190,86	0,00	190,86	+0,10	0,00
			222,83	-0,02	222,83	+0,03	+0,02
			77,45	-0,02	77,47	+2,07	0,00
77,54	-0,05	77,48			77,50	+2,10	+0,03
88,43	0,00	88,38			88,38	+1,73	0,00
			88,87	+0,01	88,86	+1,73	0,00
			122,30	-0,02	122,29	+0,87	+0,03
123,29	-0,04	123,25			123,26	+0,84	+0,03
			172,23	0,00	172,21	+0,23	+0,02
			168,70	+0,01	168,69	+0,23	0,00
					169,39	+0,24	+0,01
			220,58	+0,02	220,58	-0,01	-0,02
221,15	+0,03	221,15			221,14	-0,01	-0,02
					238,44	-0,07	-0,07
238,74	+0,02	238,74	238,73	+0,01	238,73	-0,01	-0,01
245,64	0,00	245,64	245,63	-0,01	245,64	0,00	0,00

angeordneter Sätze die durch Mitteln gewonnenen Werte von T und T_c abgeleitet sind. Es ist ersichtlich, daß fast ausnahmslos $T > T_c$ ist. Die Differenz ist um so ausgeprägter, je tiefer die Temperatur liegt.

Vergleicht man die Spalten 4, 6, 9 und 12, so findet man, daß die zusammengehörigen Werte von Nr. 29 und Nr. 32 fast übereinstimmen. Nr. 30 liefert im allgemeinen etwas niedrigere, Nr. 31 dagegen etwas höhere T_c . Diese Abweichungen sind systematisch und liegen außerhalb der Fehlergrenze. Sie wurden durch direkte Versuche bestätigt, bei denen das Gas-thermometer aus dem Bade entfernt und die Platinthermometer nebeneinander angeordnet wurden. Zur Vereinfachung der weiteren Rechnung ist diese höchstens $0,06^\circ$ betragende Differenz aus einer empirischen Formel abgeleitet und die Werte T_c von Nr. 30 und 31 so korrigiert (Spalte 8 bzw. 11), daß sie nunmehr mit den Werten T_c von Nr. 29 und 32 unmittelbar vergleichbar sind. Man kann nun die T_c aus Spalte 4, 8, 11, 12 zu dem Mittelwert T_M (Spalte 14) vereinigen und den Unterschied $\Delta T = T - T_M$ bilden (Spalte 15), der zwischen der Temperatur T des Wasserstoffthermometers und der nach der Callendarschen Formel abgeleiteten Temperatur T_c der Platinthermometer besteht. Die Größe ΔT ist als Funktion von T graphisch in Fig. 2 dargestellt. Die Unterschiede zwischen den durch Beobachtung ermittelten und durch graphische Ausgleichung gefundenen ΔT sind in Spalte 16 aufgenommen. Ferner sind in Spalte 5, 7, 10, 13 die Beträge angegeben, um die man die mit den einzelnen Thermometern beobachteten T_c verkleinern muß, damit $T - T_c$ in völlige Übereinstimmung mit der graphischen Darstellung gebracht wird.

Die empirische Beziehung, welche für die oben erwähnte Reduktion der Thermometer 30 und 31 benutzt wurde, wird weiter unten des näheren begründet, sie lautet

$$(10) \quad t_{p30} - t_{p32} = -0,10 \cdot 10^{-5} t_{p32} (t_{p32} - 100),$$

$$(11) \quad t_{p31} - t_{p32} = +0,10 \cdot 10^{-5} t_{p32} (t_{p32} - 100).$$

Durch Division dieser Differenzen mit $1 + 0,01 \delta(0,02 t_c - 1)$ (was aus (9a) durch Differenzieren von t_c nach t_p folgt) findet man den Betrag, um den sich die Temperaturen T_c der Thermometer unterscheiden.

Die graphische Darstellung zeigt, daß die Callendar'sche Formel bis herab zu -40° als richtig anzusehen ist; bei -78° , der Temperatur der festen Kohlensäure, liefert sie bereits eine um $0,08^{\circ}$ zu niedrige Temperatur. Die Abweichungen wachsen von da an sehr schnell und betragen bei

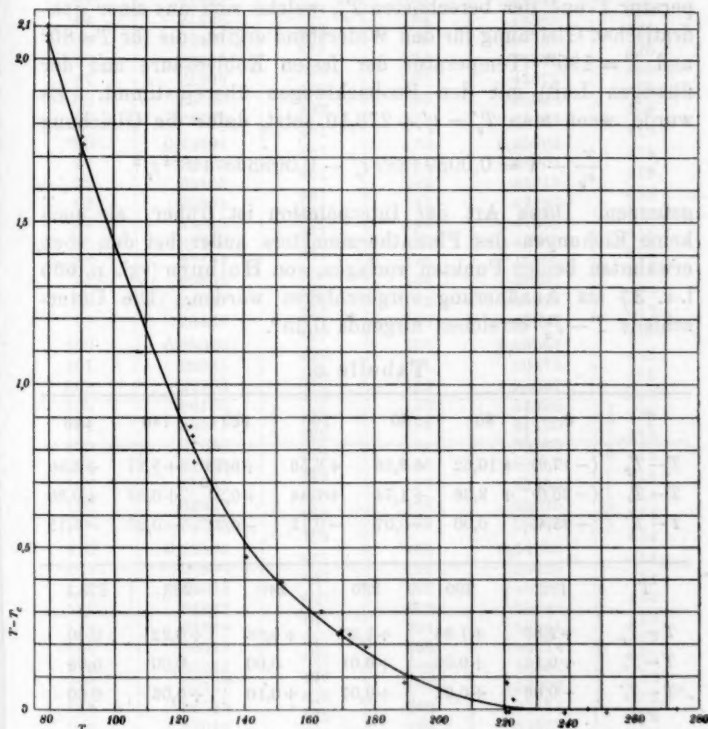


Fig. 2.

der Temperatur der flüssigen Luft bereits über 2° . Jenseits dieses Punktes müssen sie ein Maximum durchschreiten, sodann äußerst steil auf Null sinken und bei der absoluten Temperatur Null mit negativem Betrage enden. Nimmt man an, daß für $T=0$ der Widerstand auf Null sinkt, so ergibt sich für diesen Fall $T - T_c = -30,01^{\circ}$. Einen ähnlichen Verlauf

nimmt die Differenz $T - T_p$, d. h. die Abweichung der beobachteten Temperatur von derjenigen, welche mittels der linearen Gleichung aus dem Widerstand berechnet ist. Für Thermometer 32 sind diese Differenzen in Tab. 8 aufgeführt. Hinzugefügt ist noch die Differenz zwischen der beobachteten Temperatur T und der berechneten T'_e , welche sich aus einer quadratischen Gleichung für den Widerstand ergibt, die für $T = 80^\circ$ und $T = 195^\circ$ (Temperatur der festen Kohlensäure und der flüssigen Luft) mit den Beobachtungen übereinstimmt. Es wurde, wenn man $T'_e = t'_e + 273,10$ setzt, dafür die Gleichung

$$\frac{r}{r_0} - 1 = 0,00394887 t'_e - 0,009348 \cdot 10^{-4} t'^2_e$$

gefunden. Diese Art der Interpolation ist früher, als noch keine Eichungen des Platinthermometers außer bei den eben erwähnten beiden Punkten vorlagen, von Holborn (vgl. p. 635 l. c. 3.) als Annäherung vorgeschlagen worden. Die Unterschiede $T - T'_e$ erreichen nirgends $0,25^\circ$.

Tabelle 8.

T	0	80	90	100	120	140	160
$T - T_p$	(-17,6)	+10,62	+9,56	+8,56	+6,73	+5,17	+3,90
$T - T_e$	(-30,0)	+ 2,06	+1,74	+1,44	+0,91	+0,53	+0,30
$T - T'_e$	(-33,4)	0,00	-0,07	-0,12	-0,21	-0,23	-0,15

T	180	200	220	240	260	273,1
$T - T_p$	+2,83	+1,94	+1,22	+0,66	+0,22	0,00
$T - T_e$	+0,16	+0,06	+0,01	0,00	0,00	0,00
$T - T'_e$	-0,06	+0,02	+0,07	+0,10	+0,06	0,00

Ferner ist für Thermometer 32, ausgehend von den graphisch interpolierten Werten $T - T_e$ (vgl. Fig. 2) nach den Formeln (9) und (9a) und den aus Tab. 6 zu entnehmenden Konstanten α und δ der Quotient $R = r/r_0$ für jeden Grad der absoluten Skala zwischen $T = 80$ und $T = 280^\circ$ berechnet und nebst den zugehörigen Differenzen ΔR für 1° in der Tab. 9 dargestellt. Man erkennt aus dieser Tabelle, daß der Temperaturkoeffizient ΔR des Platinwiderstandes mit ab-

Tabelle 9. Platinthermometer Nr. 32.

T	$R = r/r_0$	$\Delta R \cdot 10^5$	T	$R = r/r_0$	$\Delta R \cdot 10^5$
80	0,20261	435	130	0,41680	422
81	20696	434	131	42102	421
82	21130	434	132	42523	421
83	21564	434	133	42944	421
84	21998	433	134	43365	420
85	22431	433	135	43785	420
86	22864	432	136	44205	420
87	23296	432	137	44625	419
88	23728	432	138	45044	419
89	24160	431	139	45463	419
90	0,24591	431	140	0,45882	419
91	25022	431	141	46301	418
92	25453	431	142	46719	418
93	25884	431	143	47137	418
94	26315	431	144	47555	418
95	26746	431	145	47973	417
96	27177	430	146	48390	417
97	27607	430	147	48807	417
98	28037	429	148	49224	417
99	28466	429	149	49641	416
100	0,28895	429	150	0,50057	416
101	29324	429	151	50473	416
102	29753	429	152	50889	416
103	30182	429	153	51305	415
104	30611	429	154	51720	415
105	31040	429	155	52135	415
106	31469	428	156	52550	414
107	31897	428	157	52964	414
108	32325	428	158	53378	414
109	32753	428	159	53792	414
110	0,33181	427	160	0,54206	414
111	33608	427	161	54620	414
112	34035	427	162	55034	414
113	34462	427	163	55448	413
114	34889	426	164	55861	413
115	35315	426	165	56274	413
116	35741	426	166	56687	412
117	36167	426	167	57099	412
118	36593	425	168	57511	412
119	37018	425	169	57923	412
120	0,37443	425	170	0,58335	412
121	37868	425	171	58747	412
122	38293	425	172	59159	412
123	38718	424	173	59571	412
124	39142	424	174	59983	412
125	39566	423	175	60395	412
126	39989	423	176	60807	412
127	40412	423	177	61219	411
128	40835	423	178	61630	411
129	41258	422	179	62041	411
130	0,41680		180	0,62452	

Tabelle 9 (Fortsetzung).

T	$R = r/r_0$	$\Delta R \cdot 10^5$	T	$R = r/r_0$	$\Delta R \cdot 10^5$
180	0,62452	410	230	0,82771	403
181	62862	410	231	83174	403
182	63272	410	232	83577	402
183	63682	410	233	83979	402
184	64092	409	234	84381	402
185	64501	409	235	84783	401
186	64910	409	236	85184	401
187	65319	409	237	85585	401
188	65728	409	238	85986	401
189	66137	409	239	86387	401
190	0,66546	409	240	0,86788	401
191	66955	409	241	87189	401
192	67364	409	242	87590	401
193	67773	408	243	87991	401
194	68181	408	244	88392	401
195	68589	408	245	88793	400
196	68997	408	246	89193	400
197	69405	408	247	89593	400
198	69813	407	248	89993	400
199	70220	407	249	90393	400
200	0,70627	407	250	0,90793	400
201	71034	407	251	91193	400
202	71441	407	252	91593	400
203	71848	407	253	91993	399
204	72255	406	254	92392	399
205	72661	406	255	92791	399
206	73067	406	256	93190	399
207	73473	406	257	93589	399
208	73879	406	258	93988	399
209	74285	406	259	94387	399
210	0,74691	406	260	0,94786	399
211	75097	405	261	95185	399
212	75502	405	262	95584	398
213	75907	405	263	95982	398
214	76312	405	264	96380	398
215	76717	405	265	96778	398
216	77122	405	266	97176	398
217	77527	404	267	97574	398
218	77931	404	268	97972	398
219	78335	404	269	98370	398
220	0,78739	404	270	0,98768	398
221	79143	404	271	99166	398
222	79547	403	272	99564	397
223	79950	403	273	99961	397
224	80353	403	274	1,00358	397
225	80756	403	275	00755	397
226	81159	403	276	01152	397
227	81562	403	277	01549	397
228	81965	403	278	01946	396
229	82368	403	279	02342	396
230	0,82771	403	280	1,02738	396

nehmender Temperatur ständig wächst. Unterhalb $T = 80^\circ$ muß in dieser Hinsicht eine Änderung eintreten, da unter der Annahme, daß für $T = 0$ auch $R = 0$ ist, sich der mittlere Temperaturkoeffizient zwischen $T = 0$ und $T = 80^\circ$ zu $254 \cdot 10^{-5}$ ergibt.

Da es zu weitläufig wäre, für jedes Platinthermometer eine derartige umfassende Tabelle zu berechnen, so wurde versucht, eine einfache Beziehung zwischen den Widerstandsverhältnissen $R = r/r_0$ für verschiedene Instrumente zu finden. Zu dem Zweck wurden vier ältere Thermometer, 1, 7, 27, 28, von denen 1 und 7 aus weniger reinem Platin als 29—32 hergestellt waren, mit diesen bei fünf Temperaturen unter 0° verglichen. Nr. 1 ist englischen Ursprungs, Nr. 7 wurde vor etwa 12 Jahren aus Heraeuschem Platin gewickelt. Beide sind bereits vielfach auch bei hohen Temperaturen zu Messungen verwendet worden (vgl. z. B. p. 635 l. c. 1. p. 770). Nr. 27 und 28 sind etwa 2 Jahre alt. Ihre Gestalt weicht von den übrigen insofern ab, als jedes von ihnen aus einer 25 cm langen doppelten Drahtschleife besteht, die durch Glasröhrchen isoliert und zum Schutz gegen äußere Verletzungen in ein enges Glasrohr gesteckt wurde. Die Konstante δ dieser Thermometer wurde dadurch bestimmt, daß sie mit den Thermometern 23 und 24, die (vgl. p. 635 l. c. 1. p. 768) direkt ans Gasthermometer angeschlossen waren, im Salpeterbade bei 450° verglichen wurden.

Das Resultat der thermometrischen Vergleichung enthält Tab. 10, und zwar stehen in jeder horizontalen Zeile die zu der gleichen wahren Temperatur gehörigen Platintemperaturen t_p der Thermometer. Diese Darstellung schien zweckmäßig, da die Platintemperaturen viel geringere Unterschiede aufweisen als die Widerstandsverhältnisse $R = r/r_0$.

Nernst¹⁾ hat vorgeschlagen, die zu gleichen Temperaturen gehörigen Widerstandsverhältnisse zweier Platinthermometer durch die Beziehung $R' = (R - \lambda)/(1 - \lambda)$ zu verknüpfen, wobei λ eine Konstante bedeutet. Hieraus folgt, wenn man mit μ eine andere Konstante bezeichnet,

$$t_p' - t_p = \mu t_p.$$

1) W. Nernst, Berl. Ber. p. 314. 1911.

Tabelle 10.

Vergleich der Platintemperaturen t_p verschiedener Thermometer.

Dat. 1912	1	7	27	28	29	30	31	32
19. 7.					-203,42	-203,49	-203,41	-203,45
18. 9.	-203,23	-202,77			-202,80			-202,81
18. 9.			-202,67	-202,65	-202,71			-202,73
25. 7.					-194,05	-194,09	-193,93	-194,02
21. 9.	-192,84	-192,41			-192,44			-192,46
21. 9.			-192,41	-192,39	-192,43			-192,43
24. 9.	-150,51	-150,22			-150,27			(-150,27)*
24. 9.			-148,82		-148,81			-148,82
25. 9.	-108,17	-108,02			-108,02			-108,02
25. 9.			-107,37		-107,35			-107,36
27. 9.	- 54,78	- 54,72			- 54,73			- 54,73
27. 9.			- 54,48		- 54,47			- 54,48

* Nicht beobachtet, sondern gleich dem entsprechenden Wert von Nr. 29 gesetzt.

Es zeigte sich, daß diese Gleichung für das am meisten von den übrigen abweichende Thermometer Nr. 1 nicht ausreichte. Es wurde darum eine etwas abweichende Beziehung gewählt, die gleichzeitig von selbst die Bedingung erfüllt, daß gemäß der Definition die Platintemperaturen aller Thermometer beim 100-Punkt einander gleich sein müssen. Der Ausdruck

$$(12) \quad \Delta t_p = t'_p - t_p = c t_p (t_p - 100)$$

stellt die Differenzen Δt_p aller Platinwiderstände gegen Nr. 32 innerhalb der Grenzen der Meßgenauigkeit dar, wie Tab. 11 zeigt, die nebst den günstigsten Werten der Konstante c die beobachteten und die mit Formel (12) berechneten Differenzen Δt_p enthält. Von Formel (12), die übrigens oberhalb 100° ihre Gültigkeit verliert, kann man durch einfache Rechnung zu einem Ausdruck für die gesuchten Unterschiede in den Größen R übergehen.

Es folgt aus ihr

$$(13) \quad \Delta R = R' - R = M(R - 1) + N(R - 1)^2,$$

wobei

$$(13a) \quad M = \frac{\alpha'}{\alpha} [1 - 100c] - 1 \quad \text{und} \quad N = \frac{\alpha' c}{\alpha^2} \text{ ist.}$$

Tabelle 11.

Die Differenzen Δt_p der Platintemperaturen verschiedener Thermometer gegen Nr. 32.

	1—32		7—32		27—32		28—32	
$c =$	$-0,68 \cdot 10^{-5}$		$+0,09 \cdot 10^{-5}$		$+0,06 \cdot 10^{-5}$		$+0,11 \cdot 10^{-5}$	
t_p	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.
-203	-0,42	-0,42	+0,04	+0,06	+0,06	+0,04	+0,08	+0,07
-193	-0,38	-0,38	+0,05	+0,05	+0,02	+0,03	+0,04	+0,06
-150	-0,24	-0,25	+0,05	+0,03	0,00	+0,02		
-108	-0,15	-0,15	0,00	+0,02	-0,01	+0,01		
-55	-0,05	-0,06	+0,01	+0,01	0,00	+0,01		

	29—32		30—32		31—32	
$c =$	$+0,00 \cdot 10^{-5}$		$-0,10 \cdot 10^{-5}$		$+0,10 \cdot 10^{-5}$	
t_p	beob.	ber.	beob.	ber.	beob.	ber.
-203	+0,02	+0,00	-0,04	-0,06	+0,04	+0,06
-193	0,00	0,00	-0,07	-0,06	+0,09	+0,06
-150	+0,01	0,00				
-108	0,00	0,00				
-55	0,00	0,00				

Die Größen c , M , N sind nebst den übrigen Konstanten der Thermometer in Tab. 6 zusammengestellt. Ferner ist der Unterschied $\Delta R = R' - R$ der Thermometer, gerechnet gegen Nr. 32, in Tab. 12 enthalten, die in Gemeinschaft mit Tab. 9 gestattet, durch einfache Interpolation zu jedem R irgend eines Thermometers die zugehörige Temperatur mit einer rechnerischen Genauigkeit von $0,01^\circ$ zu entnehmen.

Bei $T = 80^\circ$ besitzt Thermometer Nr. 29 das kleinste und Thermometer Nr. 1 das größte R . Der mittlere Temperaturkoeffizient zwischen $T = 80$ und $T = 273^\circ$ oder zwischen $t = -193$ und $t = 0^\circ$ ist also für Nr. 29 am größten und für Nr. 1 am kleinsten. Dasselbe gilt auch für den mittleren Temperaturkoeffizienten α zwischen $t = 0$ und $t = 100^\circ$ (vgl. Tab. 6).

Die hier vorgeschlagene Methode, den Widerstand eines Platinthermometers in Abhängigkeit von der Temperatur zu bestimmen, erfordert also außer der Beobachtung des Temperaturkoeffizienten α nur eine Vergleichung mit einem geeichte-

Thermometer, die am besten in flüssiger Luft oder flüssigem Sauerstoff erfolgt.

Tabelle 12.

Die Differenzen ΔR der Widerstandsverhältnisse $R = r/r_0$ verschiedener Thermometer gegen Nr. 32.

R	1—32	7—32	27—32	28—32	29—32	30—32	31—32
0,2	$+894 \cdot 10^{-5}$	$+568 \cdot 10^{-5}$	$+36 \cdot 10^{-5}$	$+45 \cdot 10^{-5}$	$-18 \cdot 10^{-5}$	$-11 \cdot 10^{-5}$	$+21 \cdot 10^{-5}$
0,3	+794	+495	+29	+38	-16	-7	+17
0,4	+691	+423	+24	+30	-14	-4	+12
0,5	+584	+352	+20	+24	-11	-2	+10
0,6	+475	+280	+15	+17	-9	-1	+6
0,7	+361	+209	+11	+13	-7	0	+4
0,8	+244	+139	+7	+8	-5	+1	+2
0,9	+123	+69	+3	+3	-2	+1	+1
1,0	0	0	0	0	0	0	0

Thermometer Nr. 1 ist bereits früher (vgl. p. 635 l. c. 3. p. 246) von Holborn mit dem Wasserstoffthermometer verglichen worden. Die Resultate der damaligen und der jetzigen Messungen sind in Tab. 13 dargestellt.

Tabelle 13.

$R = r/r_0$	T		ΔT
	Holborn 1899	Henning 1912	
0,22048	82,20	82,09	+0,11
22140	82,42	82,30	+0,12
22323	82,86	82,73	+0,13
22517	83,32	83,18	+0,14
68965	194,91	194,97	-0,06
68955	194,92	194,94	-0,02

Die Frage, wie die hier gefundenen Ergebnisse mit denen von Kamerlingh Onnes und Clay (vgl. p. 636 l. c. 2.) übereinstimmen, ist schwer zu entscheiden, da diese Beobachter kein Maß für die Reinheit ihres Platins, als welches der Temperaturkoeffizient α in weitgehendem Maße betrachtet werden kann, angeben. Sie haben ein mit Pt₁ bezeichnetes Thermometer direkt an das Wasserstoffthermometer angeschlossen. Diese Messungen,

soweit sie zwischen $t = 0$ und $t = -195^\circ$ liegen, sind mit den entsprechenden zu Thermometer Nr. 32 gehörigen R in Tab. 14 verglichen.

Tabelle 14.

T	R Onnes u. Clay	R_{32} Henning	$\Delta R \cdot 10^5 = (R' - R_{32}) \cdot 10^5$	
			beob.	beob.-ber.
77,92	0,20013	0,19356	+ 657	+ 13
90,35	0,25280	0,24742	538	- 65
114,27	0,35486	0,35004	482	- 19
133,23	0,43450	0,43041	409	- 18
169,27	0,58345	0,58034	311	+ 14
184,96	0,64748	0,64485	263	+ 19
214,35	0,76615	0,76454	161	+ 7
243,30	0,88181	0,88111	70	- 4
273,10	1,00000	1,00000	0	0

Die Differenzen ΔR können nur durch die Verschiedenheit des verwendeten Platins erklärt werden. Versucht man diesem Umstande durch eine Formel von der Gestalt wie Gleichung (13) Rechnung zu tragen, so kann man setzen

$$\Delta R = R' - R = -0,00587(R - 1) + 0,00282(R - 1)^2.$$

Dem entspricht nach (13a)

$$100 \alpha' = 0,38954; \quad c = 1,11 \cdot 10^{-5}.$$

Bei den in vorliegender Arbeit untersuchten Thermometern war α teils größer, teils kleiner, c indessen stets kleiner als die soeben ermittelten Zahlen.

Später haben Onnes und Clay¹⁾ andere Platinthermometer mit P_t verglichen. Von diesen besitzt P_t das kleinste Widerstandsverhältnis r/r_0 , das aber immerhin noch beträchtlich größer ist als das für Thermometer 32 gefundene. Dieser Unterschied beträgt, in Temperatur ausgedrückt, bei -183° noch fast $0,9^\circ$. Es ist also anzunehmen, daß Onnes und Clay bei weitem nicht so reines Platin verwendeten, wie es bei den vorliegenden Messungen der Fall war.

1) H. Kamerlingh Onnes u. J. Clay, Leiden Comm. Nr. 99 b. 1907.

Bleithermometer.

Neben dem Widerstand von Platin wurde noch derjenige von Blei untersucht. Dies Metall ist nach Nernst (vgl. z. B. p. 657 l. c. 1. p. 314) geeignet, bei der Widerstandsthermometrie sehr tiefer Temperaturen gute Dienste zu leisten. Es war darum von Interesse, seine Eigenschaften zunächst bis herab zur Temperatur der flüssigen Luft zu verfolgen. Als Resultat ergab sich, wie vorweg genommen werden mag, daß die Bleithermometer beträchtlich weniger zuverlässig sind als die Platinthermometer.

Es wurden im ganzen vier Bleithermometer näher untersucht, von denen zwei nämlich Pb_I und Pb_{IV} aus einer Drahtprobe hergestellt wurden, die von Herrn Nernst zur Verfügung gestellt war, und zwei andere Pb_{III} und Pb_V aus reinstem Kahlbaumschen Blei, das von W. C. Heraeus in Hanau zu Draht ausgezogen wurde. Alle Drähte haben 0,5 mm Durchmesser. Pb_I ist auf ein Zylinderchen aus Elfenbein mit spiralförmig eingeschnittenen Rillen gewickelt. Es wurde in einem mit Holzkohle und flüssiger Luft evakuierten Glasrohr auf 100° geheizt, um das Elfenbein von den sich bei dieser Temperatur entwickelnden Dämpfen zu befreien. Darauf wurde das Glasrohr abgeschmolzen, so daß der Platindraht, dessen Zuleitungen durch eine Siegellackkittung geführt sind, ständig im Vakuum blieb. — Die übrigen Thermometer sind ganz nach Art der Platinwiderstände auf Glimmerkreuze gewickelt. Alle besitzen vier Zuleitungen aus Kupfer und Schutzrohre aus Glas. Pb_{III} befindet sich ebenso wie Pb_I im Vakuum. Pb_{IV} und Pb_V sind von Luft umgeben, aber im übrigen abgeschlossen.

Die Bleithermometer besitzen bei 0° einen Widerstand von etwa 0,5 Ohm, außer Pb_{IV} , das einen nur halb so großen Widerstand hat. Die Stärke des Meßstromes betrug 0,04 Amp. Alle vier Bleithermometer sind auch bei 100° beobachtet worden, da man allein durch die Beobachtung zweier Fixpunkte auf rein elektrischem Wege einen sicheren Anhalt über den Zustand des verwendeten Metalles erhält.

Für die beiden Thermometer aus dem Nernstschen Draht Pb_I und Pb_{IV} ergab sich der mittlere Temperaturkoeffizient zwischen 0 und 100° zu

$$\alpha = 0,00415 \quad \text{und} \quad 0,00416.$$

Diesen Zahlen liegen 4 bzw. 3 einzelne Bestimmungen zugrunde, von denen jede folgende einen um etwa 0,05 Proz. kleineren Wert ergab als die vorhergehende. Gleichzeitig wuchs nach jeder Heizung auf 100° der Eispunktwiderstand der Thermometer um einige Zehntausendstel. Die Abkühlung auf -190° hatte einen etwa 10mal kleineren Einfluß, der außerdem bald im Sinne einer Vergrößerung, bald im Sinne einer Verkleinerung des Widerstandes wirkte.

Die aus der zweiten Drahtsorte hergestellten Thermometer Pb_{III} und Pb_V zeigten etwas andere Eigenschaften. Für beide wurde aus vier bzw. drei Beobachtungen

$$\alpha = 0,004220$$

gefunden. Eine zeitliche Veränderung dieses Koeffizienten konnte nicht mit Sicherheit festgestellt werden, seine Schwankungen um den Mittelwert betrugen nur wenig über 0,01 Proz. — Durch Erwärmen auf 100° änderten sich die Eispunktwiderstände nur um einige Hunderttausendstel ihres Betrages. Das Gleiche gilt für Abkühlung durch flüssige Luft, wenn man die erste Messung bei dieser tiefen Temperatur ausnimmt, die sowohl bei Pb_{III} als auch bei Pb_V eine Widerstandserhöhung von mehr als 1,5 Proz. verursachte.

Mittels Rechnung und graphischer Ausgleichung wurde für beide Drahtsorten eine Tab. 15 abgeleitet, die das Widerstandsverhältnis $R = r/r_0$ als Funktion der absoluten Temperatur T darstellt.

Tabelle 15.

T	$R = r/r_0$		T	$R = r/r_0$	
	Pb_I u. Pb_{IV}	Pb_{III} u. Pb_V		Pb_I u. Pb_{IV}	Pb_{III} u. Pb_V
80°	0,2693	0,2593	190°	0,6756	0,6714
90	0,3056	0,2961	200	0,7138	0,7098
100	0,3419	0,3330	210	0,7522	0,7487
110	0,3783	0,3700	220	0,7908	0,7878
120	0,4147	0,4070	230	0,8296	0,8272
130	0,4512	0,4442	240	0,8686	0,8668
140	0,4881	0,4817	250	0,9079	0,9067
150	0,5251	0,5193	260	0,9477	0,9470
160	0,5623	0,5570	270	0,9876	0,9874
170	0,5999	0,5950	273,1	1,0000	1,0000
180	0,6376	0,6331			

Aus ihr ist ersichtlich, daß zwischen $t = 0$ und -193° im Gegensatz zum Platin der Temperaturkoeffizient des Bleiwiderstandes mit sinkender Temperatur ständig abnimmt. Unter der Annahme, daß beim absoluten Nullpunkt $R = 0$ ist, steht zu vermuten, daß diese Abnahme auch unterhalb $t = -193^{\circ}$, jedoch in einem etwas beschleunigterem Tempo fort dauert.

In Tab. 16 sind die mit den Bleithermometern ausgeführten Beobachtungen enthalten. Die Temperatur T der Spalte 4 wurde durch das in Spalte 3 angegebene Platin- bzw. Gas-thermometer ermittelt. Die letzte Spalte gibt die Differenz dieser Temperatur gegen die mit Hilfe von Tab. 15 aus dem Widerstandsverhältnis R der Bleithermometer berechnete Temperatur an.

Tabelle 16.

Datum 1912	$R = r/r_0$	Thermometer	T	T beob.-ber.
Pb _I				
7. 2.	0,3069	Nr. 30	90,02°	-0,34
20. 2.	0,3064	„ 29	90,00	-0,24
Pb _{III}				
2. 4.	0,2596	Nr. 29	79,99	-0,09
18. 7.	0,2599	„ 29 u. 31	80,24	+0,08
25. 7.	0,2968	„ 80 u. 32	90,11	-0,08
31. 7.	0,4274	Gasth.	125,49	-0,08
3. 8.	0,5976	„	170,66	-0,02
6. 8.	0,7950	„	221,80	-0,03
Pb _{IV}				
18. 7.	0,2694	Nr. 29	80,24	+0,21
25. 7.	0,3063	„ 29	90,11	-0,08
31. 7.	0,4339	Gasth.	125,25	-0,01
3. 8.	0,6036	„	171,00	+0,02
6. 8.	0,7978	„	221,80	0,00
Pb _V				
18. 7.	0,2596	Nr. 30	80,07	+0,16
25. 7.	0,2911	„ 30 u. 32	88,64	0,00
31. 7.	0,4254	Gasth.	124,95	+0,06
3. 8.	0,6005	„	171,44	-0,09

Nernst¹⁾ teilt für das Widerstandsverhältnis der Bleisorte, aus der die Thermometer Pb_I und Pb_{IV} hergestellt sind, ebenfalls eine Tabelle mit, doch sind seine Werte von R durchgehends kleiner als die hier gefundenen. Der Unterschied beträgt bei $T = 80^\circ$ 0,0089 oder in Temperatur ausgedrückt, fast $2,5^\circ$. Vergleicht man dagegen die Nernstsche Tabelle mit den für Pb_{III} und Pb_V gültigen Zahlen, so ist bis auf wenige Zehntel Grad Übereinstimmung vorhanden. Zur Erklärung dieser Tatsachen bleibt nur die Annahme übrig, daß sich der Bleidraht mit der Zeit verändert hat. Sein im Vergleich mit Pb_{III} und Pb_V kleiner Koeffizient α und dessen ständige Abnahme spricht dafür. Äußerlich hatte übrigens der Draht ein weißliches Aussehen, und war also stark oxidiert, während der von Heraeus frisch gezogene Draht, einer niedrigeren Oxydationsstufe entsprechend, völlig schwarz war.

Kamerlingh Onnes und Clay²⁾ haben ebenfalls den Widerstand von Blei bei tiefen Temperaturen untersucht. Mit ihren Angaben stimmen die Thermometer Pb_{III} und Pb_V nahe überein.

Zusammenfassung.

Platin- und Bleithermometer sind zwischen 0 und -193°C mit dem Wasserstoffthermometer verglichen. Bei dieser Gelegenheit ist die Genauigkeit des Gasthermometers konstanten Volumens diskutiert und eine einfache Formel für die Berechnung der gasthermometrischen Temperatur abgeleitet. Die Messungen sind in flüssiger Luft, flüssigem Sauerstoff und oberhalb -150° in einem eigens konstruierten Thermostaten vorgenommen, dessen Temperatur beliebig lange auf $0,02$ bis $0,03^\circ$ konstant gehalten werden kann.

Die Widerstandsverhältnisse $R = r/r_0$ sind in Abhängigkeit von der Temperatur für das Platinthermometer 32 in Tab. 9, für verschiedene Bleithermometer in Tab. 15 enthalten.

Die Callendarsche Formel für das Platinthermometer ist bis -40° gültig. Unterhalb dieser Grenze liefert sie zu

1) W. Nernst, Ann. d. Phys. 36. p. 405. 1911.

2) H. Kamerlingh Onnes u. J. Clay, Leiden Comm. Nr. 99c. 1907.

niedrige Temperaturen. Die Differenz beträgt bei -193° bereits über 2° .

Je mehr die für 100° gültigen Widerstandsverhältnisse R und also die mittleren Temperaturkoeffizienten α verschiedener Platinthermometer voneinander abweichen, um so mehr unterscheiden sich die Größen R auch bei tiefer Temperatur. In den Platintemperaturen $t_p = (R-1)/\alpha$ verschiedener Thermometer wurden noch Unterschiede bis zu $0,5^{\circ}$ beobachtet. Liefern zwei Platinthermometer bei derselben wahren Temperatur die Werte t_p' und t_p , so kann in dem ganzen betrachteten Gebiet $t_p' - t_p = c t_p (t_p - 100)$ gesetzt werden, wobei c eine Konstante bezeichnet, die man am besten durch eine Vergleichung beider Thermometer bei der Temperatur der flüssigen Luft findet. Durch diese Beziehung ist es möglich, nach eingehender Eichung eines Thermometers sofort eine Widerstandstabelle für jedes bei nur einer Temperatur damit verglichene andere Thermometer aufzustellen. Man muß zu diesem Zweck die Widerstände r der beiden Thermometer außer bei der tiefen Temperatur noch bei 0 und 100° beobachten, so daß man die Koeffizienten α' und α der Thermometer, sowie ihre Widerstandsverhältnisse $R' = r'/r_0'$ und $R = r/r_0$ bei der tiefen Temperatur ableiten kann. Es gilt nun die Beziehung

$$c = \frac{t_p' - t_p}{t_p(t_p - 100)} = \frac{\frac{R' - 1}{\alpha'} - \frac{R - 1}{\alpha}}{\frac{R - 1}{\alpha} \left(\frac{R - 1}{\alpha} - 100 \right)}$$

Mit Hilfe des so ermittelten Wertes von c , den man in die Gleichung (13) bzw. (13a) einsetzt, läßt sich der Unterschied $\Delta R = R' - R$ beider Thermometer für jedes R berechnen. Ist nun R als Funktion der Temperatur gegeben, so gilt das Gleiche von $R' - \Delta R$, und da ΔR bekannt ist, somit auch von R' . In der vorliegenden Arbeit sind alle Platinthermometer im Flüssigkeitsbade mit Nr. 32 verglichen. Es ist also nach Tab. 6 $\alpha = 0,0039141$ zu setzen und aus Tab. 9 die zu jedem $R = R' - \Delta R$ gehörige Temperatur T zu entnehmen.

Ist die direkte Vergleichung mit Nr. 32 oder einem anderen geeichten Thermometer nicht möglich, so muß man R' bei einem Fixpunkt beobachten, etwa dem normalen Siedepunkt

des Sauerstoffs, für den nach den Messungen von Onnes und Braak¹⁾ $T = 90,1^{\circ}$ anzunehmen ist. In diesem Falle wäre für R der aus Tab. 9 folgende Wert 0,24634 einzusetzen und weiter genau so wie vorher zu verfahren.

Eine neue Bestimmung der Fixpunkte in tiefer Temperatur, insbesondere des Siedepunktes von Sauerstoff ist in Angriff genommen.

1) H. Kamerlingh Onnes u. C. Braak, Leiden Comm. Nr. 107a. 1908.

(Eingegangen 23. Januar 1913.)

3. Zur Minkowskischen Mechanik; von Felix Joachim de Wisniewski.

(Fortsetzung.)

Ich untersuche hier näher den Fall der elliptischen und parabolischen Bewegung, auf welche ich in meiner ersten Abhandlung nur aufmerksam gemacht habe. Zu diesem Zwecke erinnere ich an die Differentialgleichung, zu der ich gelangt bin:

$$(a) \quad \alpha_1 \frac{d\frac{1}{r}}{d\theta} = \pm \sqrt{\frac{(m^x)^2 - \alpha_1^2}{r^2} + \frac{2m^x(\alpha_2 - 1)}{r^2} + (\alpha_2 + 1)^2 - 1}.$$

I.

Elliptische Bewegung.

$$(m^x)^2 < \alpha_1^2.$$

In diesem Falle gibt die Integration der Differentialgleichung (a)

$$\frac{[\alpha_1^2 - (m^x)^2] \frac{1}{r} - m^x(\alpha_2 + 1)}{\sqrt{(m^x)^2(\alpha_2 + 1)^2 + \{(\alpha_2 + 1)^2 - 1\}(\alpha_1^2 + m^x^2)}} = \sin \{(\theta - \theta_0) \sqrt{\alpha_1^2 - (m^x)^2}\}$$

oder

$$\frac{\frac{[\alpha_1^2 - (m^x)^2]}{m^x(\alpha_2 + 1)} \cdot \frac{1}{r} - 1}{\sqrt{1 + \left\{ \frac{1 - \frac{1}{(\alpha_2 + 1)^2}}{(m^x)^2} \right\} (\alpha_1^2 - (m^x)^2)}} = \sin \{(\theta - \theta_0) \sqrt{\alpha_1^2 - (m^x)^2}\},$$

wenn man setzt

$$e = \sqrt{1 + \left\{ \frac{1 - \frac{1}{(\alpha_2 + 1)^2}}{(m^x)^2} \right\} (\alpha_1^2 - (m^x)^2)},$$

$$P = a(1 - e^2) = \frac{\alpha_1^2 - (m^x)^2}{m^x(\alpha_2 + 1)}$$

und

$$\gamma = \sqrt{\alpha_1^2 - (m^2)^2}; \quad \gamma(\Theta - \Theta_0) = \frac{\pi}{2} + \gamma(\varphi - \varphi_0) = \frac{\pi}{2} + \gamma\psi.$$

Die Integralgleichung kann man so schreiben

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \gamma \psi}.$$

Das ist die Gleichung einer Ellipse, wenn

$$e < 1.$$

Durch die Transformation

$$(a) \quad 1 + e \cos \gamma \psi = \frac{1 - e^2}{1 - e \cos u}$$

bekommt diese Gleichung folgende Gestalt:

$$r = a(1 - e \cos u).$$

Der Flächensatz gibt

$$\alpha_1 = r' \Theta',$$

da aber

$$\gamma d\Theta = \gamma d\psi,$$

$$\alpha_1 = r^2 \psi'.$$

Wenn wir den Wert von r als Funktion von ψ einsetzen, bekommen wir dann

$$(\beta) \quad \alpha_1 d\tau = \frac{a^2(1 - e^2)^2 d\psi}{\{1 + e \cos \gamma \psi\}^3}.$$

Aus der Gleichung

$$d\tau = dt \sqrt{1 - v^2}$$

und aus

$$1 - v^2 = \frac{1}{\left[\frac{m^2}{r} + (\alpha_2 + 1) \right]^2},$$

die ich früher gefunden habe, folgt:

$$d\tau = \frac{a(1 - e^2) dt}{\{(\alpha_2 + 1)a(1 - e^2) + m^2(1 + e \cos \gamma \psi)\}},$$

oder

$$(\gamma) \quad dt = (\alpha_2 + 1) d\tau + \frac{m^2(1 + e \cos \gamma \psi)}{a(1 - e^2)} d\tau.$$

Wenn man dieses mit α_1 multipliziert, in dem zweiten Glied $d\tau$ durch seinen Wert einsetzt und integriert, so bekommt man

$$\alpha_1 t = \alpha_1 (\alpha_2 + 1) \tau + \frac{m^2 a (1 - e^2)}{\gamma} \int \frac{d\gamma \psi}{1 + e \cos \gamma \psi} + \alpha_3,$$

oder

$$\alpha_1 t = \alpha_1 (\alpha_2 + 1) \tau + \frac{m^2 a (1 - e^2)}{\gamma} \arctan \left\{ \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{\gamma \psi}{2} \right\} + \alpha_3.$$

Diese Gleichung kann eine andere Gestalt annehmen, wenn man den Winkel u einführt. Durch Differentiation der Gleichung (α) bekommt man

$$d\gamma \psi = \frac{du \sqrt{1-e^2}}{[1-e \cos u]},$$

also aus (β)

$$\alpha_1 \gamma d\tau = \frac{a^2 [1 - e \cos u] du}{(\sqrt{1-e^2})^{-1}},$$

durch Integration

$$\alpha_1 \gamma \tau = a^2 \sqrt{1-e^2} [u + e \sin u] + \beta,$$

oder

$$\alpha_1 \gamma (\tau - \tau_0) = a^2 \sqrt{1-e^2} \cdot [u + e \sin u].$$

Wenn man den Wert von $d\tau$ als Funktion von u in $\gamma)$ einsetzt und integriert, so bekommt man

$$\alpha_1 (t - t_0) = \frac{(\alpha_2 + 1) a^2 \sqrt{1-e^2}}{\gamma} [u + e \sin u] + \frac{m^2 a \sqrt{1-e^2}}{\gamma} u$$

oder

$$\alpha_1 (t - t_0) = \frac{a \sqrt{1-e^2}}{\gamma} [(\alpha_2 + 1) + m^2] u + \frac{(\alpha_2 + 1) a^2 \sqrt{1-e^2}}{\gamma} \sin u.$$

Diese Gleichung ist ähnlich der Keplerschen der gewöhnlichen Mechanik. Aus dem Werte von e

$$e = \sqrt{1 + \left\{ \frac{1 - \frac{1}{(\alpha_2 + 1)^2}}{(m^2)^2} \right\} (\alpha_1^2 - (m^2)^2)}$$

ergibt sich, daß die Art des Kegelschnitts nur von α_2 abhängt.

1° Ellipse

$$\alpha_2 < 0.$$

2° Hyperbel

$$\alpha_2 > 0.$$

3° Parabel

$$\alpha_2 = 0.$$

Wenn der Kegelschnitt eine Parabel ist, bekommen wir folgende Gleichungen, da $e = 1$

$$r = \frac{P}{2 \cos^2 \frac{\gamma \psi}{2}}; \quad P = \frac{\alpha_1^2 - (m^x)^2}{m^x},$$

$$\alpha_1 d\tau = \frac{P^2 d\psi}{u \cos^4 \frac{\psi \gamma}{2}},$$

und für die Zeit

$$\alpha_1 dt = \frac{P^2 d \frac{\gamma \psi}{2}}{2 \gamma \cos^4 \frac{\gamma \psi}{2}} + \frac{m^x P}{2 \gamma} \frac{d \frac{\gamma \psi}{2}}{\cos^2 \frac{\gamma \psi}{2}},$$

$$\alpha_1 dt = \frac{P^2 d \frac{\gamma \psi}{2}}{2 \gamma \cos^4 \frac{\gamma \psi}{2}} + \frac{P^2 \sin^2 \frac{\gamma \psi}{2}}{2 \gamma \cos^4 \frac{\gamma \psi}{2}} d \frac{\gamma \psi}{2} + \frac{m^x P}{2 \gamma} \frac{d \frac{\gamma \psi}{2}}{\cos^2 \frac{\gamma \psi}{2}},$$

$$\alpha_1 dt = \frac{P^2 + m^x P}{2 \gamma} d \tan^2 \frac{\gamma \psi}{2} + \frac{P^2}{6 \gamma} d \tan^3 \frac{\gamma \psi}{2},$$

nach der Integration

$$\alpha_1 (t - t_0) = \frac{P^2}{6 \gamma} \tan^3 \frac{\gamma \psi}{2} + \frac{P^2 + m^x P}{2 \gamma} \tan \frac{\gamma \psi}{2}.$$

Man sieht also, daß alle diese Formeln nicht verschieden sind von den aus der Astronomie bekannten. Nur die konstanten Koeffizienten sind verschieden.

Es folgt auch, daß man in diesem Gebiete kaum Widerspruch mit dem Relativitätsprinzip erwarten kann.

Dritter Fall.

$$(m^x)^2 > \alpha_1^2.$$

Die Lösung der Gleichung

$$(t - t_0) = \frac{\pm \alpha_1}{\sqrt{(m^x)^2 - \alpha_1^2}} \log \left\{ m^x (\alpha_2 + 1) + [(m^x)^2 - \alpha_1^2] \frac{1}{r} \right. \\ \left. + \sqrt{(m^x)^2 - \alpha_1^2} \sqrt{\frac{(m^x)^2 - \alpha_1^2}{r^2} + \frac{2 m^x (\alpha_2 + 1)}{r} + \{(\alpha_2 + 1)^2 - 1\}} \right\}$$

gibt

$$r = \frac{2[(m^x)^3 - \alpha_1^3]}{e^{\pm z} - 2m^x(\alpha_2 + 1) + [(m^x)^3 + \alpha_1^3][(\alpha_2 + 1)^3 - 1]} e^{\mp z},$$

$$z = \frac{1}{\alpha_1} \sqrt{(m^x)^3 - \alpha_1^3} \cdot (\Theta - \Theta_0).$$

 r soll positiv sein.

Dieses ist erfüllt für den Fall

$$r = \frac{2[(m^x)^3 - \alpha_1^3]}{e^{\pm z} - 2m^x + (m^x)^3 e^{\mp z}} = \frac{2[(m^x)^3 - \alpha_1^3] e^{\pm z}}{e^{\pm 2z} - 2m^x e^{\pm z} + (m^x)^3},$$

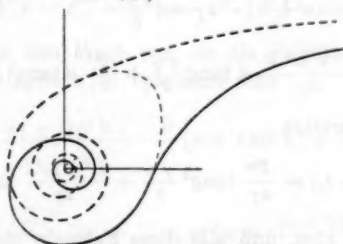
$$r = \frac{2[(m^x)^3 - \alpha_1^3] e^{\pm z}}{(e^{\pm z} - m^x)^3}.$$

Das Maximum von r wird

$$r = \infty$$

für $e^z = m^x$ für die erste Kurve $m^x > 1$ und $e^{-z} = m^x$ für die zweite der ersten symmetrischen Kurve $m^x < 1$.

$$m^x < 1^1)$$

Die allgemeine Bedingung, daß r positiv ist, ist

$$e^{\pm z} - 2m^x(\alpha_2 + 1) + [(m^x)^3 + \alpha_1^3][(\alpha_2 + 1)^3 - 1] e^{\mp z} > 0$$

oder

$$e^{\pm 2z} - 2m^x(\alpha_2 + 1)e^{\pm z} + [(m^x)^3 + \alpha_1^3][(\alpha_2 + 1)^3 - 1] > 0.$$

Dieses ist immer erfüllt, wenn die Diskriminante negativ ist.

$$m^{x^2}(\alpha_2 + 1)^3 - (m^x)^3 + \alpha_1^3(\alpha_2 + 1)^3 - \alpha_1^3 < 0,$$

$$(\alpha_2 + 1)^3(m^{x^2} + \alpha_1^2) - ((m^x)^3 + \alpha_1^3) < 0,$$

$$[(m^x)^3 + \alpha_1^2][(\alpha_2 + 1)^3 - 1] < 0$$

oder

$$(\alpha_2 + 1)^3 - 1 < 0,$$

$$\alpha_2 < 0.$$

1) Die geschlossene Kurve soll den unten gelernten Fall darstellen.

r kann in diesem Falle nicht den Wert ∞ annehmen, weil z dann imaginär würde. $r_{\max.}$ ist endlich und hat den Wert

$$r = \frac{2[(m^x)^2 - \alpha_1^2]}{\sqrt{\{(m^x)^2 + \alpha_1^2[(\alpha_2 + 1)^2 - 1]\} - 2m^x(\alpha_2 + 1)} + \sqrt{(m^x)^2 + \alpha_1^2[(\alpha_2 + 1)^2 - 1]}}$$

$$r = \frac{2[(m^x)^2 - \alpha_1^2]}{-2m^x(\alpha_2 + 1) + 2\sqrt{(m^x)^2 + \alpha_1^2[(\alpha_2 + 1)^2 - 1]}}$$

für $z = 0$

$$r = \frac{2[(m^x)^2 - \alpha_1^2]}{\{(m^x)^2 + \alpha_1^2[(\alpha_2 + 1)^2 - 1]\} - 2m^x(\alpha_2 + 1)}$$

Es gibt zwei verschiedene Kurven, je nachdem das Maximum ist für

$$e^z = \sqrt{(m^x)^2 + \alpha_1^2[(\alpha_2 + 1)^2 - 1]},$$

oder für

$$e^{-z} = \sqrt{(m^x)^2 + \alpha_1^2[(\alpha_2 + 1)^2 - 1]}.$$

Diese Maxima haben gleiche Entfernungen von dem Anfangspunkte Null und gleiche Neigung gegen die Richtung $z=0$. Das ist auch der Fall anderer Punkte der beiden Kurven für gleiche Werte von z und $(-z)$.

Sie haben den Punkt $z = 0$ gemein; es folgt daraus, daß sie symmetrisch sind.

Diese Kurve beschreiben alle Massen, welche sehr kleine Anfangsgeschwindigkeiten haben. Das ist auch die Bewegungslinie eines umfallenden Körpers auf dem Boden, wenn er die Anfangsgeschwindigkeit gehabt Null hatte.

II.

Ich will am Ende dieser Abhandlungen ein allgemeines Prinzip aufstellen, das jedoch nur gilt im Falle, wo der Energiesatz erfüllt ist.

Die Variation des Integrals

$$\int_0^t \{H - m\sqrt{1-v^2}\} dt$$

ist Null für die durch den Punkt hindurchlaufende Linie.

$$(I) \quad \delta \int_0^t \{H - m\sqrt{1-v^2}\} dt = 0.$$

Sei Π die Funktion von $q_1 \dots q_n$ und v^2 von $q_1 \dots q_n, \dot{q}_1 \dots \dot{q}_n$, denn

$$\int_{t_0}^{t_1} \left\{ \sum \frac{\partial \Pi}{\partial q} \delta q - \sum m \frac{\partial \sqrt{1-v^2}}{\partial q} \delta q - \sum m \frac{\partial \sqrt{1-v^2}}{\partial \dot{q}} \delta \dot{q} \right\} dt = 0.$$

Durch bekannte Rechnung bekommen wir, da die End- und Anfangsstelle bestimmt sind:

$$\int_{t_0}^{t_1} \left\{ \sum \left[\frac{\partial \Pi}{\partial q} \delta q - m \frac{\partial \sqrt{1-v^2}}{\partial q} + m \frac{d}{dt} \frac{\partial \sqrt{1-v^2}}{\partial \dot{q}} \right] \delta q \right\} dt = 0,$$

da aber δq ganz willkürlich sind, so kommt

$$(II) \quad \frac{\partial \Pi}{\partial q} - m \frac{\partial \sqrt{1-v^2}}{\partial q} + m \frac{d}{dt} \frac{\partial \sqrt{1-v^2}}{\partial \dot{q}} = 0.$$

Dieses ist ganz analog den Lagrangeschen Gleichungen der gewöhnlichen Mechanik. Wenn wir q gleich x, y, z setzen, so bekommen wir die Gleichungen:

$$(III) \quad m \frac{1 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2}{(1 - v^2)^{3/2}} \ddot{x} + \frac{m \dot{x} \dot{y}}{(1 - v^2)^{3/2}} \ddot{y} + \frac{m \dot{x} \dot{z}}{(1 - v^2)^{3/2}} \ddot{z} = X,$$

und zwei ähnliche, wo

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt}; \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}; \quad v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2; \quad \frac{\partial \Pi}{\partial x} = X \cdot \sqrt{1-v^2}.$$

Sie stimmen überein mit

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = X; \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = Y; \quad m \frac{d^2z}{dt^2} = Z,$$

wie man sich durch Rechnung überzeugen kann.

Dies Prinzip stimmt für sehr kleines v mit dem Hamiltonschen der gewöhnlichen Mechanik

$$\sqrt{1-v^2} = 1 - \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{8}v^4 - \dots$$

Da v sehr klein ist

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} \left\{ \Pi + m + \frac{1}{2}v^2 \right\} dt = 0,$$

aber

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} m dt = 0,$$

so folgt

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} \{H + \frac{1}{2} v^2\} dt = 0,$$

was das Hamiltonsche Prinzip gibt.

III.

Ich will hier noch eine Bemerkung machen, die sich auf die ponderomotorische Kraft bezieht.

Die allgemeine Lorentztransformation der Kräfte R_x , R_y , R_z ist, wie man aus den Gleichungen

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = R_x; \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = R_y; \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = R_z$$

ersieht, die folgende

$$R'_x = \frac{1-v\dot{x}}{\sqrt{1-v^2}} R_x - \frac{v\dot{y}}{\sqrt{1-v^2}} R_y - \frac{v\dot{z}}{\sqrt{1-v^2}} R_z,$$

$$R'_y = R_y; \quad R'_z = R_z,$$

wenn die Bewegung in der x -Achse stattfindet; da aber

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{d\tau}{dt} \frac{\sqrt{1-v^2}}{(1-v\dot{x})},$$

so folgt

$$R'_x \frac{d\tau}{dt'} = R_x \frac{d\tau}{dt} - \frac{v\dot{y}}{1-v\dot{x}} R_y \frac{d\tau}{dt} - \frac{v\dot{z}}{1-v\dot{x}} R_z \frac{d\tau}{dt}$$

und

$$R'_y \frac{d\tau}{dt'} = R_y \frac{d\tau}{dt} \cdot \frac{\sqrt{1-v^2}}{1-v\dot{x}},$$

$$R'_z \frac{d\tau}{dt'} = R_z \frac{d\tau}{dt} \cdot \frac{\sqrt{1-v^2}}{1-v\dot{x}}.$$

Setzen wir

$$J'_x = R'_x \frac{d\tau}{dt'}; \quad J'_y = R'_y \frac{d\tau}{dt'}; \quad J'_z = R'_z \frac{d\tau}{dt'}$$

und

$$J_x = R_x \frac{d\tau}{dt}; \quad J_y = R_y \frac{d\tau}{dt}; \quad J_z = R_z \frac{d\tau}{dt},$$

also

$$J'_x = J_x - \frac{v\dot{y}}{1-v\dot{x}} J_y - \frac{v\dot{z}}{1-v\dot{x}} J_z,$$

$$J'_y = J_y \frac{\sqrt{1-v^2}}{1-v\dot{x}}; \quad J'_z = J_z \frac{\sqrt{1-v^2}}{1-v\dot{x}}.$$

Die ponderomotorische Kraft ist

$$P = e \mathfrak{E} + c [q \mathfrak{H}],$$

$$P' = e \mathfrak{E}' + c [q' \mathfrak{H}'],$$

daraus folgt

$$P_x' = P_x - \frac{v \dot{y}}{1 - v \dot{x}} P_y - \frac{v \dot{z}}{1 - v \dot{x}} P_z,$$

$$P_y' = P_y - \frac{\sqrt{1 - v^2}}{1 - v \dot{x}} \dot{y}; \quad P_z' = \frac{\sqrt{1 - v^2}}{1 - v \dot{x}} P_z.$$

Die ponderomotorischen Kräfte transformieren sich so, wie die Größe J . Es folgt deshalb, daß die ponderomotorischen Kräfte P ähnlich den Größen J und nicht Kräfte im Sinne der Minkowskischen Mechanik sind.

(Eingegangen 3. Januar 1913.)

Zusatz bei der Korrektur.

Wenn wir zu den drei Gleichungen (III) des zweiten Teiles dieser Abhandlung noch die vierte

$$\frac{m \dot{x}}{(1 - v^2)^2} \ddot{x} + \frac{m \dot{y}}{(1 - v^2)^2} \ddot{y} + \frac{m \dot{z}}{(1 - v^2)^2} \ddot{z} = T$$

zusetzen, so können wir die vier Bewegungsgleichungen als Produkt zweier Matrixen darstellen.

Sei

$$\gamma = |\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, 1|$$

und

$$\Phi = \begin{vmatrix} m \frac{1 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2}{(1 - v^2)^2} & m \frac{\dot{x} \dot{y}}{(1 - v^2)^2} & m \frac{\dot{x} \dot{z}}{(1 - v^2)^2} - X \\ m \frac{\dot{y} \dot{x}}{(1 - v^2)^2} & m \frac{1 - \dot{x}^2 - \dot{z}^2}{(1 - v^2)^2} & m \frac{\dot{y} \dot{z}}{(1 - v^2)^2} - Y \\ m \frac{\dot{z} \dot{x}}{(1 - v^2)^2} & m \frac{\dot{y} \dot{z}}{(1 - v^2)^2} & m \frac{1 - \dot{y}^2 - \dot{x}^2}{(1 - v^2)^2} - Z \\ m \frac{\dot{x}}{(1 - v^2)^2} & m \frac{\dot{y}}{(1 - v^2)^2} & m \frac{\dot{z}}{(1 - v^2)^2} - T \end{vmatrix}.$$

Die vier Bewegungsgleichungen können dann symbolisch so geschrieben werden

$$\gamma \Phi = 0.$$

Paris den 3. März 1913.

4. *Lichtelektrische Untersuchungen an fluoreszierenden Substanzen;*

von W. E. Pauli.

Die Frage nach dem Zusammenhang zwischen lichtelektrischer Wirkung und Fluoreszenz ist nicht neu; es ist schon mehrfach versucht worden, sie auf experimentellem Wege in dem einen oder anderen Sinne zu entscheiden. G. C. Schmidt¹⁾ glaubt aus seinen Versuchen schließen zu müssen, daß ein solcher Zusammenhang nicht besteht; J. Stark und W. Steubing²⁾ finden dagegen bei vielen fluoreszierenden Substanzen eine recht kräftige lichtelektrische Wirkung und neigen der Ansicht zu, daß Fluoreszenz und lichtelektrische Wirkung genetisch miteinander verbunden sind. Die beiden letzten Autoren halten aber selbst ihre Untersuchungen nicht für einen völlig sicheren Beweis, sondern sie *glauben* nur, daß der erwähnte Zusammenhang höchstwahrscheinlich besteht.³⁾ — Die nachstehenden Untersuchungen sollten den Zweck haben, die genannte Frage eindeutig und sicher zu entscheiden.

Ich glaube, daß man den genetischen Zusammenhang zwischen den beiden Vorgängen überhaupt nicht einwandfrei dadurch erbringen kann, daß man eine möglichst große Anzahl von fluoreszierenden Substanzen auf ihre lichtelektrische Empfindlichkeit hin untersucht. Angenommen, es würde bei allen diesen Substanzen der lichtelektrische Effekt nachgewiesen, so

1) G. C. Schmidt, Wied. Ann. 64. p. 708. 1898; vgl. auch: W. Hallwachs, Wied. Ann. 37. p. 666. 1889 und O. Knoblauch, Zeitschr. f. physik. Chem. 29. p. 527. 1899.

2) J. Stark u. W. Steubing, Physik. Zeitschr. 9. p. 481. 1908.

3) J. Stark u. W. Steubing, Physik. Zeitschr. 9. p. 490. 1908: „Die vorstehenden Resultate machen es zum mindesten sehr wahrscheinlich, daß wenigstens bei den organischen Substanzen der lichtelektrische Effekt und die Fluoreszenz genetisch miteinander verknüpft sind.“

wäre das kein eindeutiger Beweis, denn jede Substanz zeigt schließlich lichtelektrischen Effekt, die nötige Empfindlichkeit der elektrischen Anordnung vorausgesetzt. Würde man umgekehrt bei allen Substanzen keinen Effekt finden, so wäre dies für das Gegenteil, daß nämlich beide Vorgänge nicht zusammenhängen, auch kein endgültiger Beweis. Denn immer kann man für das Fehlen der lichtelektrischen Wirkung eine Erklärung finden, wie: Vorhandensein von fremden Molekülen (Verunreinigung der Substanz), welche die langsamen Kathodenstrahlen absorbieren, Zersetzung der Substanz an der äußeren Schicht unter Einwirkung des auffallenden Lichtes, Annahme positiver Ladung der äußersten Schicht infolge schlechter Elektrizitätsleitung usw.

Vielmehr wird der *Beweis* eines Zusammenhanges der beiden Vorgänge erst dann erbracht sein, wenn nachgewiesen wird, daß diejenigen Strahlen, welche die Fluoreszenz *selektiv* erregen, auch die lichtelektrische Wirkung *selektiv* auslösen; oder: es muß sich zum mindesten eine Ähnlichkeit in den Kurven nachweisen lassen, welche die beiden Effekte quantitativ in ihrer Abhängigkeit von der Wellenlänge darstellen. Lenard und Saeland¹⁾ haben schon auf diesen Punkt hingewiesen gelegentlich der Untersuchung phosphoreszierender Präparate. — Die Untersuchung der selektiven lichtelektrischen Wirkung im Verein mit derjenigen der Erregungsverteilung²⁾ der betreffenden Substanz bietet außer der Eindeutigkeit der Resultate aber noch einen anderen Vorteil: sie schaltet den Einwurf aus, die betreffende lichtelektrische Wirkung sei auf „Verunreinigung“ der Substanz zurückzuführen. Gerade dieser Punkt erscheint mir von Bedeutung, denn man kennt den großen Einfluß der „Verunreinigungen“ (d. h. der letzten Spuren von Fremdkörpern, trotz aller Vorsicht in chemischer Beziehung)

1) P. Lenard u. S. Saeland: Über die lichtelektrische und aktinodielektrische Wirkung bei den Erdalkaliphosphoren. Ann. d. Phys. 28. p. 476. 1909.

2) Unter „Erregungsverteilung“ verstehen wir (nach dem Vorgehen von P. Lenard u. V. Klatt) den Zusammenhang zwischen der Länge der erregenden Lichtwelle und der Intensität des erregten Fluoreszenzlichtes. Graphische Darstellung: Wellenlänge Abszisse, Intensität der Emission Ordinate.

bei der Erregung der Phosphoreszenz und Fluoreszenz, als auch die schädliche Wirkung von fremden Molekülen bei der lichtelektrischen Empfindlichkeit der Körper. Die Ähnlichkeit der vorher erwähnten Kurven, Erregung und lichtelektrischer Effekt, in ihrer Abhängigkeit von der Wellenlänge, muß sicher den genetischen Zusammenhang der zwei Phänomene erweisen, auch dann, wenn etwa außer dem lichtelektrischen Effekt, der rein auf die Fluoreszenz zurückzuführen ist, noch ein zweiter lichtelektrischer Effekt gelagert ist, der mit der Fluoreszenz selbst nichts gemein hat; die Form der Kurve für den lichtelektrischen Effekt würde den Anteil des ersten Grundes doch erkennen lassen.

Auswahl der Substanzen.

Ich habe von vornherein darauf verzichtet, eine möglichst große Anzahl von fluoreszierenden Substanzen auf ihre lichtelektrische Wirksamkeit zu untersuchen, aus dem schon erwähnten Grunde; vielmehr habe ich den Schwerpunkt der Untersuchung auf eine möglichst genaue Messung der selektiven lichtelektrischen Wirkung gelegt. Die Untersuchung sollte sich zuerst erstrecken sowohl auf Flüssigkeiten als auf feste Körper. Späterhin habe ich mich nur auf die festen Körper beschränkt, da durch das Erscheinen der Arbeit von H. Nienhaus¹⁾ erwiesen ist, daß „wahre“ Lösungen alle lichtelektrisch unempfindlich sind. Wird aber der lichtelektrische Effekt der Lösungen erst durch die Bildung fester Häute an der Oberfläche ermöglicht, so waren für mich nur noch die festen Körper von Interesse.

Es ist bekannt, daß die lichtelektrische Empfindlichkeit fast aller festen Körper eigentlich nur im Ultraviolett meßbare Werte ergibt, d. h. mit wachsender Wellenlänge im sichtbaren Gebiet sehr rasch abnimmt. Dagegen weiß man, daß viele fluoreszenzfähige Körper auch noch von sichtbaren Strahlen zum starken Leuchten erregt werden. Um den Zusammenhang zwischen lichtelektrischem Verhalten und Erregung der Fluoreszenz zu finden, schien mir deshalb die Untersuchung

1) H. Nienhaus, Über das lichtelektrische Verhalten von Lösungen. Diss. Münster 1911.

im *sichtbaren* Spektrum sehr geeignet zur Lösung der Frage, denn: besteht tatsächlich dieser Zusammenhang, so mußte auch noch im sichtbaren Gebiet des Spektrums eine meßbare lichtelektrische Wirkung nachzuweisen sein (vorausgesetzt, daß der Körper überhaupt lichtelektrisch empfindlich war), und diese Wirkung wäre dann um so beweiskräftiger, da sie nach den seitherigen Erfahrungen bei den festen Körpern (mit wenig Ausnahmen) im sichtbaren Spektrum sehr bald aufhört.

Aus der Zahl der mir zur Verfügung stehenden Präparate¹⁾ habe ich zur eingehenden Untersuchung diejenigen ausgewählt, welche einen deutlichen und hinreichend großen lichtelektrischen Effekt bei Bestrahlung mit dem Licht einer Quarz-Quecksilberlampe ergaben. Dadurch wurden diejenigen Präparate ausgeschaltet, die den Effekt aus einem der schon angeführten Gründe vielleicht nicht ergaben (z. B. zu geringe Leitfähigkeit). Die auf diesen Vorversuchen sich aufbauende Untersuchung der quantitativen Abhängigkeit des Effektes von der Wellenlänge des auffallenden Lichtes in Verbindung mit der Erregungsverteilung der Fluoreszenz des Präparates (die einer besonderen Untersuchung bedurfte) mußte dann die Aufklärung bringen. Weiterhin habe ich alle Substanzen ausgeschaltet, die erst in Lösung fluoreszieren, d. h. ich habe nur solche festen Körper untersucht, die auch im *festen* Zustand fluoreszieren; es erhellt ohne weiteres, daß ein fester Körper, der erst in einem geeigneten Lösungsmittel fluoresziert, nicht beweiskräftig sein kann, denn die Voraussetzung der Fluoreszenzerregung im festen Zustand fehlt. Durch diese Einschränkungen ist die Zahl der mir zugänglichen Substanzen allerdings sehr gering geworden, da es nur sehr wenige Körper gibt, die chemisch *einheitlich* sind und im *festen* Zustand durch *sichtbares* Licht zur Fluoreszenz erregt werden.

Methode der Untersuchung.

Um die Abhängigkeit des lichtelektrischen Effektes von der eingestrahlten Wellenlänge zu erhalten, habe ich ein sehr

1) Für die freundliche Überlassung geeigneter Substanzen bin ich zu großem Danke verpflichtet den Herren Prof. H. Kauffmann (Stuttgart) und Prof. P. Rabe (Prag). Ebenso danke ich für ihr freundliches Entgegenkommen den Höchster Farbwerken, der Badiachen Anilin- und Sodafabrik und den Elberfelder Farbwerken.

lichtstarkes Spektrum verwandt, von dem jeweils durch einen Spalt ein bestimmter Spektralbezirk für die lichtelektrische Untersuchung zur Verwendung kam.¹⁾ Die Methode der Untersuchung erforderte vor allem zweierlei: große Empfindlichkeit der elektrischen Anordnung und große Lichtstärke des verwandten Spektrums.

a) Optischer Teil der Versuchsanordnung.²⁾

B ist der Lichtbogen einer Bogenlampe, die mit 30 Ampere normal brannte; L_1 , eine Linse von kleiner Brennweite, entsendet ein paralleles Strahlenbündel auf die Zylinderlinse L_2 , deren Brennpunkt auf den Spalt *S* fällt. Von der Konvexlinse L_3 aus treten parallele Strahlen durch das Königsbergersche geradsichtige Flüssigkeitsprisma; P_1 ist ein Reflexionsprisma,

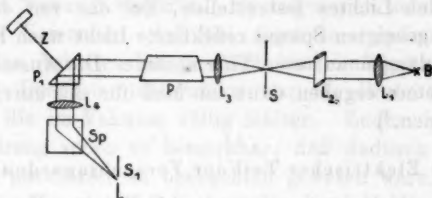


Fig. 1.

das den Strahlengang um 90° dreht. Die Linse L_4 entwirft das Spektrum, welches jedoch erst zustande kommt, nachdem die Strahlen nochmals an dem Silberspiegel reflektiert worden sind, so daß jetzt der Strahlengang vertikal ist. Das Reflexionsprisma P_1 war mittels einer Zahnradübertragung um seine vertikale Achse (brechende Kante) drehbar, wodurch die verschiedenen Wellenlängen des Spektrums auf den Spalt S_1 eingestellt werden konnten; von S_1 gelangten dann die durch-

1) Von der Verwendung von Lichtfiltern habe ich abgesehen, weil sie schwer eine scharfe Definition der durchgelassenen Wellenlänge zulassen und weil ich für meine Untersuchung Wert auf *schmale* Spektralbezirke legte, die aber mit Filtern selten zu erreichen sind und dann nur mit großem Intensitätsverlust.

2) Ich bin der Firma Carl Zeiss für die Überlassung ausgezeichneten optischer Gegenstände, wie Linsen, Prismen usw., zu großem Danke verpflichtet.

tretenden Strahlen in den Apparat, der die lichtelektrische Zelle enthielt. Um den Spektralbezirk festzustellen, der jeweils in die lichtelektrische Zelle gelangte, waren zwei Vorrichtungen getroffen. An dem einen Ende des Spaltes S_1 war unterhalb desselben ein kleiner Spiegel angebracht, der eine Neigung von 45° gegen die Horizontale hatte. Das von ihm in horizontaler Richtung reflektierte Licht, also ein kleiner Teil der gesamten durch S_1 tretenden Energie, fiel auf den Spalt eines Spektralapparates, der also direkt den Spektralbezirk abzulesen gestattete, welcher durch S_1 ging. Ferner war mit dem Reflexionsprisma fest ein langer Zeiger verbunden, der auf einer Skala ebenfalls die durchgehenden Wellenlängen anzeigte. Die Skala war mit Hilfe einzelner Spektrallinien vorher geeicht.

Um das Verhältnis der absoluten Intensitäten des durch S_1 tretenden Lichtes festzustellen, fiel das von dem kleinen unter 45° geneigten Spiegel reflektierte Licht nach Feststellung der Wellenlängen auf eine Thermosäule. Die Ausschläge eines Galvanometers ergaben dann ein Maß für die durch S_1 tretenden Energien.¹⁾

b) Elektrischer Teil der Versuchsanordnung.

Da es sich im vorliegenden Falle um Messungen von Elektrizitätsmengen handelte, so erforderte die Anordnung zur Erlangung einer großen Empfindlichkeit eine hohe Volttempfindlichkeit des Elektrometers und möglichst kleine Kapazität des aufzuladenden Systems. Die Volttempfindlichkeit habe ich bis 5500 mm/Volt getrieben. Bei einer so hohen Empfindlichkeit treten allerdings unangenehme Nebenerscheinungen auf, die zum Teil recht schwer zu eliminieren sind, z. B. Nullpunktsverschiebungen durch Temperaturschwankungen, große Empfindlichkeit gegen jeden nicht völlig sicheren elektrostatischen Schutz usw. Den Temperatureinfluß konnte ich sehr gering machen, indem ich das ganze Elektrometer in eine geschlossene Hülle aus Zinkblech setzte, die nur ein kleines Loch für die Spiegelablesung hatte. Die Öffnung war, wegen des elektro-

1) Die mir von der Firma Carl Zeiss überlassene Lampe zeichnete sich durch sehr konstantes Brennen aus, wie die Galvanometeraussschläge ergaben. Es wurde immer das Mittel aus den Ausschlägen genommen, die alle 10" abgelesen wurden.

statischen Schutzes, durch ein feines Platinnetz verschlossen. Der zum Elektrometer führende Draht lief isoliert in Messingröhren, die geerdet¹⁾ waren. Das *sichere* Arbeiten des Elektrometers bei so hoher Empfindlichkeit hat große Schwierigkeiten gemacht; es wurde erst erreicht, als nur Metall und bester Bernstein zur Verwendung kamen, unter Ausschluß von allem Glas, Hartgummi usw. Zur Erlangung einer kleinen Kapazität wurden möglichst kurze Leitungsdrähte verwandt und die Dimensionen der Zelle so klein wie möglich gewählt. Das Elektrometer war ein neues Dolezalelektrometer²⁾, die Nadel (versilberte Glimmernadel) hatte eine konstante Hilfsladung von 80 Volt und war mit einem Wollastofaden von 0,007 mm Dicke aufgehängt. Die Versuche selbst wurden im völligen Vakuum ausgeführt, mit Ausnahme von Platinbariumcyanür, welches im Vakuum verdirbt. Es zeigte sich sehr bald nach den ersten Versuchen, daß bei einer so empfindlichen Anordnung das Arbeiten bei gewöhnlichem Luftdruck und auch bei kleinen Drucken nicht ratsam war, da allerlei Strömungen auftraten, die im Vakuum völlig fehlten. Zudem machte sich die Luftleitung schon so bemerkbar, daß dadurch der Effekt wesentlich unschärfer zu beobachten gewesen wäre.

Vor der Kenntnis der Versuchsergebnisse des Hrn. H. Nienhaus³⁾ hatte ich schon damit begonnen, die lichtelektrische Wirkung von fluoreszierenden Lösungen bei Bestrahlung mit ultravioletttem Licht zu untersuchen. Die Resultate im einzelnen anzugeben lohnt sich hier nicht, da die ganze Frage bezüglich der Lösungen durch die erwähnte Arbeit von Nienhaus hinfällig wird.⁴⁾ Meine Versuchsanordnung war im Prinzip

1) Ich verstehe hier unter „erden“ nicht Verbinden mit der Wasserleitung, was sich bei hohen Empfindlichkeiten nicht als zweckmäßig erweist, sondern Verbinden der nicht aufzuladenden Metallteile unter sich.

2) Leider waren meine Messungen schon zu weit vorgeschritten, als daß ich das Elektrometer von G. Hoffmann verwenden konnte, welches eine sehr geringe Kapazität besitzt; vgl. Physik. Zeitschr. 13. 1912.

3) H. Nienhaus, l. c.

4) In neuester Zeit ist durch die Untersuchung von W. Obolensky (vgl. Ann. d. Phys. 39. p. 961. 1912) nachgewiesen worden, daß das äußerste Ultraviolett lichtelektrisch doch wirksam ist bei Wasser und wäßrigen Lösungen. Oberhalb $\lambda = 202,5 \mu\mu$ ist der Effekt aber schon = 0. Die Resultate des Hrn. Obolensky widersprechen daher nicht denen des Hrn. Nienhaus.

die von Elster und Geitel¹⁾ und auch von O. Rohde²⁾ verwandte Anordnung.

Die Resultate mit dieser Anordnung stimmen insofern mit den Nienhausschen überein, als ich gefunden habe, daß der lichtelektrische Effekt von Lösungen (Anthracen in Alkohol und Benzol, Fluoreszein in Wasser) bei völlig frischer Oberfläche ganz außerordentlich klein ist und bei ruhigem Stehen der Flüssigkeit rasch wächst. Letzteres hat ja auch schon O. Rohde nachgewiesen.

Die späterhin zur Untersuchung der festen Substanzen benutzte lichtelektrische Zelle³⁾ zeigt Fig. 2.

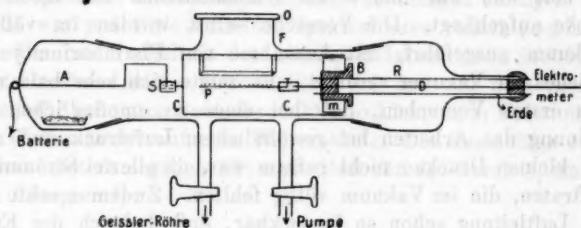


Fig. 2.

Die zu untersuchende Substanz befindet sich auf der Platinplatte *P*, die mit dem durch Bernstein laufenden Elektrometerdraht *D* verbunden ist. *R* ist ein Messingrohr, das geerdet wird. Der Bernsteinring *B* trägt einen Messingzylinder *M*, auf welchen der Kupferzylinder *C* geschoben wird. *C* wird durch den Quecksilbernaf *S* und den Draht *A* mit der Batterie verbunden; im allgemeinen wurde an *C* eine Spannung von +280 Volt gelegt. Der Zylinder *C* ist in der Mitte aufgeschlitzt und trägt an einer nach innen gehenden viereckigen Verlängerung unten ein feines Platinnetz, durch welches die Strahlen auf *P* fallen. Der ganze Apparat sitzt luftdicht in einem Glasgefäß, das evakuiert wird. Die Abschlußplatte *Q* ist aus Quarz. Die

1) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. 38. p. 508. 1889.

2) O. Rohde, Ann. d. Phys. 19. p. 944. 1906.

3) Die Zelle war ganz ähnlich konstruiert, wie die von Lenard und Saeland (l. c.) zur Untersuchung der lichtelektrischen Empfindlichkeit von Erdalkaliphosphoren verwandte Zelle.

bestrahlte Fläche auf der Platte *P* hatte eine Größe von 12×25 mm. Durch das Fensterchen *F* konnte das Präparat jederzeit auf seine Emission hin beobachtet werden. Es sollten dadurch etwaige Veränderungen im Vakuum oder Zersetzungen bei Bestrahlung festgestellt werden.

Als lichtelektrischen Effekt einer Zinkplatte (*P*) erhielt ich bei + 80 Volt am Zylinder *C* einen Ausschlag von 2000 mm/Minute bei Verwendung von Quecksilberlicht einer Quarzlampe.

Untersuchung des lichtelektrischen Effektes bei Bestrahlung mit ultravioletttem Licht; aktinodielektrischer Effekt.

Zur Auswahl geeigneter Substanzen war, wie schon erwähnt, eine Voruntersuchung nötig, die feststellen sollte, ob die betreffende Substanz überhaupt lichtelektrisch empfindlich war.¹⁾ Bei den allermeisten Präparaten ergab sich sofort, daß sie in recht erheblichem Maße den aktinodielektrischen Effekt zeigten, der zuerst von Lenard und Saeland²⁾ an Phosphoren beobachtet worden ist. Er zeigt sich durch einen Elektrometergang nicht nur bei Anlegen von negativer Spannung an das Präparat, sondern auch bei positiver. Diesen aktinodielektrischen Effekt habe ich bei fast allen untersuchten Substanzen gefunden, auch bei denjenigen, die von Stark und Steubing³⁾ auf ihren lichtelektrischen Effekt hin untersucht worden sind. Da diese beiden Autoren den aktinodielektrischen Effekt nicht erwähnen, so ist anzunehmen, daß ein Teil ihres gefundenen lichtelektrischen Effektes auf den aktinodielektrischen Effekt zurückzuführen ist. Als Beispiele führe ich an:

1) Eine der größten Schwierigkeiten, die sich der lichtelektrischen Untersuchung solcher Substanzen entgegensetzen, ist ihre geringe Leitfähigkeit; durch die positive Aufladung der äußersten bestrahlten Schicht hört der Austritt von Elektronen sehr bald auf. Die meisten von mir untersuchten Substanzen zeigten, einfach auf die Platte *P* gebracht, kaum einen Effekt. Es gelang mir indessen, die Leitfähigkeit wesentlich zu steigern, indem ich auf der Platte *P* die zu untersuchende Substanz direkt aus einem reinen Lösungsmittel auskristallisieren ließ.

2) P. Lenard u. S. Saeland, l. c.

3) J. Stark u. W. Steubing, l. c.

1. Anthracen, chemisch rein, blaue Fluoreszenz.
2. Anthracen, technisch gereinigt, grüne Fluoreszenz.
3. β -Naphtylamin.
4. Dihydro-collidin-dicarbonsäureäthylester.
5. Eosin.

Die Kurven (Figg. 3—7) zeigen das Auftreten beider Effekte — lichtelektrischen und aktinodielektrischen Effekt — deutlich. Die am Zylinder angelegte Spannung betrug immer ± 280 Volt. Zur Beobachtung wurde das Licht einer Quarz-Hg-Lampe verwandt.

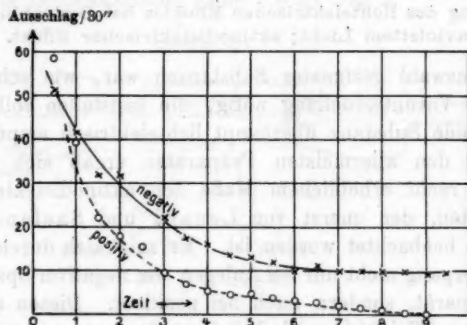
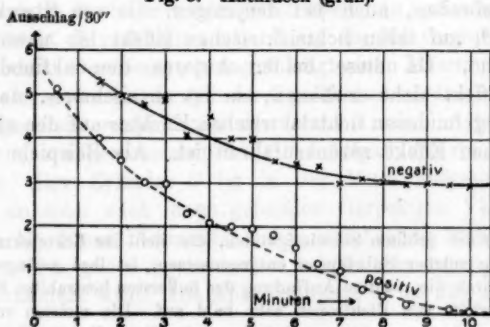


Fig. 8. Anthracen (grün).

Fig. 4. β -Naphtylamin.

Die Elektrometerablesungen wurden so gemacht, daß die Skala alle 30'' abgelesen wurde; daraus ergibt sich der Ausschlag für jede halbe Minute, der dann für den betreffenden

Zeitpunkt (Abszisse) als Ordinate aufgetragen ist. Man sieht aus der Kurve für Anthracen (technisch gereinigt, grüne Fl.), daß der Ausschlag in der ersten halben Minute sowohl für

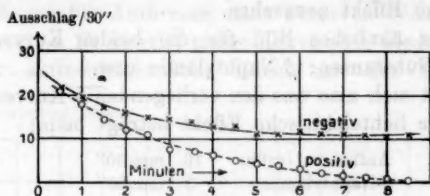


Fig. 5. Anthracen (blau).

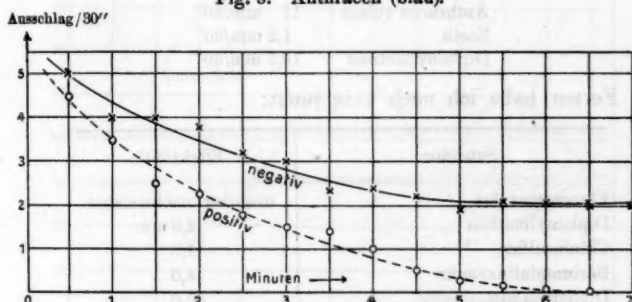


Fig. 6. Dihydro-collidin-dicarbonsäureäthylester.

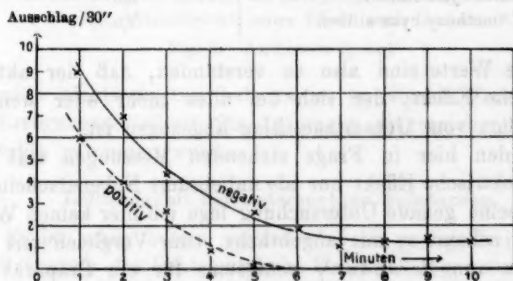


Fig. 7. Eosin.

positive als für negative Spannung ungefähr 50 mm beträgt, in der zweiten halben Minute geht er für positive Spannung auf 40 mm, für negative auf 42 mm zurück. Im weiteren Verlauf sinken dann für positive Spannung die Werte für den

Ausschlag pro 30" auf Null herab (nach 8,5'), dagegen bleiben die Ausschläge für negative Spannung schließlich konstant = 10 mm pro 30". Diese 10 mm sind dann als der wahre lichtelektrische Effekt anzusehen.

Ein ganz ähnliches Bild für die beiden Kurven erhält man für die Substanzen: β -Naphthylamin usw.

Es ergibt sich also aus den vorliegenden 5 Kurvenpaaren, daß der *wahre* lichtelektrische Effekt beträgt beim:

Anthracen (grün)	10 mm/30"
β -Naphthylamin	3 mm/30"
Dihydro-collidin-	2 mm/30"
Anthracen (blau)	11 mm/30"
Eosin	1,2 mm/30"
Diphenylmethan	10,5 mm/30"

Ferner habe ich noch untersucht:

Substanz	Effekt/30"
Fluoreszenzglas	unsicher nachweisbar
Diphenylmethan	2,0 mm
Chininsulfat	1,5
Bariumplatineyanür	4,0
Diphenylamin	40,0
2,5-Dimethoxy-benzal-indandion	4,5
m-Amino-cyan-stilben	9,0
2,5-Dimethoxy-cyan-stilben	7,5

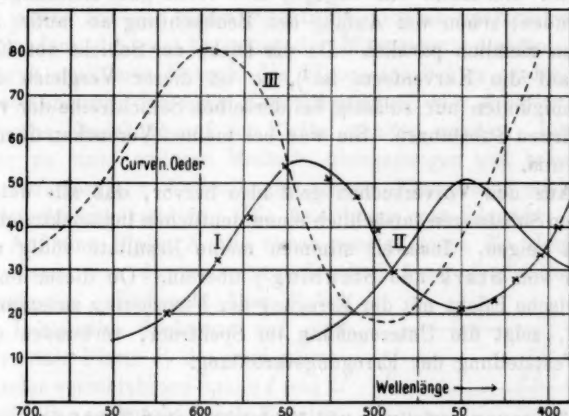
Diese Werte sind also so verstanden, daß der aktinodielektrische Effekt, der sich bei allen mehr oder weniger zeigte, schon vom Gesamtausschlag abgezogen ist.

Bei den hier in Frage stehenden Messungen trat der aktinodielektrische Effekt nur als unliebsame Nebenerscheinung auf; auf seine genaue Untersuchung lege ich hier keinen Wert. Immerhin scheint es mir angebracht, zum Vergleich mit den Messungen von R. Oeder¹⁾ wenigstens für ein Präparat die nebenbei gewonnene Feststellung der quantitativen Abhängigkeit des aktinodielektrischen Effektes von der eingestrahlten Wellenlänge wiederzugeben. Ich teile sie für Anthracen (grün) mit.

1) C. Ramsauer u. W. Hausser, Ann. d. Phys. 34. p. 445. 1911.

Aus der nachstehenden Kurve (Fig. 8) ergibt sich, daß die von mir erhaltene Kurve für Anthracen ganz ähnlich verläuft wie die Oedersche Kurve, die sich auf Phosphore bezieht, nur ist die Kurve für Anthracen nach kürzeren Wellenlängen hin verschoben. — Es beweist meine Kurve aber wieder von neuem, daß der aktinodielektrische Effekt mit der Erregung der

Elektrometerschlag/Minute



I. Aktinodielektrischer Effekt. II. Erregungsverteilung für Anthracen.
III. Aktinodielektrischer Effekt nach Oeder.

Fig. 8. Anthracen (grün).

Emission nichts zu tun hat; es ist zu diesem Zwecke auch die Erregungsverteilung für Anthracen eingezeichnet, wie sie späterhin gewonnen wurde.

Leitfähigkeit der untersuchten Substanzen.

Es ist schon betont worden, daß die geringe Leitfähigkeit der Präparate die lichtelektrische Untersuchung wesentlich erschwerte. Einen Schluß auf das Verhältnis der Leitfähigkeiten der Substanzen untereinander glaube ich aus der Lage der beiden Kurven (positive und negative Ladung) ziehen zu können. Wäre die Leitfähigkeit der Substanzen gut, so müßte der Ausschlag in der ersten halben Minute bei negativer Ladung gleich sein dem Ausschlag bei positiver Ladung, vermehrt um den

Betrag des lichtelektrischen Effektes. Bei den ersten vier Kurvenpaaren ist wohl der Ausschlag in der ersten halben Minute bei negativer Ladung größer als bei positiver, aber nicht um den Betrag des lichtelektrischen Effektes. Man sieht bei diesen vier Kurvenpaaren, wie die positive Ladung an der Oberfläche langsam ins Innere der Schicht abfließt; der stationäre Zustand ist beim Anthracen (grün) erst nach ca. 2 Min. erreicht. Bei Eosin war dagegen eine recht gute Leitfähigkeit vorhanden; schon von Anfang der Beobachtung an laufen die Kurven ziemlich parallel. Da die Dicke der Schicht von Einfluß auf die Kurvenform ist¹⁾, so ist dieser Vergleich der Leitfähigkeiten nur zulässig bei derselben Schichtreihe der verschiedenen Substanzen. Sie war bei meinen Versuchen überall ca. 1 mm.

Aus den Vorversuchen geht also hervor, daß alle untersuchten Substanzen tatsächlich einen deutlichen lichtelektrischen Effekt zeigen. Insoweit stimmen meine Resultate völlig mit denen von Stark und Steubing²⁾ überein. Ob dieser lichtelektrische Effekt mit der Erregung der Fluoreszenz zusammenhängt, zeigt die Untersuchung im Spektrum, verbunden mit der Feststellung der Erregungsverteilung.

Erregungsverteilung und lichtelektrischer Effekt des prismatischen Spektrums.

Für die lichtelektrische Untersuchung im Spektrum habe ich folgende Präparate ausgewählt:

Anthracen (grün),
 Anthracen (blau),
 2,5-Dimethoxy-benzal-indandion,
 m-Amino-cyan-stilben,
 2,5-Dimethoxy-cyan-stilben.

Maßgebend für diese Auswahl war die Erregung von Fluoreszenz mit *sichtbarem* Licht, verbunden mit einer deutlich nachweisbaren lichtelektrischen Empfindlichkeit bei ultravioletter Bestrahlung.

Was die Erregungsverteilung der Fluoreszenz betrifft, so

1) Vgl. auch P. Lenard u. S. Saeland, l. c.

2) J. Stark u. W. Steubing, l. c.

habe ich zuerst die gewöhnlich angewandte, photographische Methode versucht, die aber völlig versagte; denn erstens lag die Emission wesentlich im Gebiet von $\lambda = 500$ bis $\lambda = 700 \mu\mu$, wo die Empfindlichkeit der photographischen Platten recht gering ist, und zweitens konnte nur immer eine recht geringe erregende Intensität des Lichtes zur Verwendung kommen. Da Lichtfilter keine genaue Bestimmung des durchgelassenen Lichtes zulassen und außerdem der Spektralbereich zu weit ist, mußte ich aus einem Spektrum einzelne Spektralbezirke ausblenden, die zur Erregung der Fluoreszenz dienten. Die dadurch emittierte Energie des Fluoreszenzlichtes erwies sich als so schwach, daß nach Expositionen von vier Stunden erst schwache Eindrücke auf der Platte erhalten wurden. Ich bin daher zu einer anderen Methode übergegangen und habe die von den einzelnen Wellenlängen erregte Fluoreszenz spektral-photometrisch gemessen. Die Anordnung war folgende:

Auf eine Platte F , die etwas geneigt gegen die Horizontale stand, war das zu untersuchende Präparat¹⁾ gleichmäßig aufgetragen. Senkrecht über F fiel das lichtstarke Spektrum auf eine horizontale Platte P , die zwei gegenüber einander verschiebbare Spalte I und II besaß. Die senkrecht durch P tretenden Lichtstrahlen fielen auf F und erregten hier die Fluoreszenz bei 1 und 2 . Das von 1 und 2 emittierte Licht gelangte dann in die beiden Spalte des Spektralphotometers. Durch geeignete Blenden war dafür gesorgt, daß nicht das Fluoreszenzlicht eines falschen Streifens (etwa 2) in den Spalt gelangte, zu dem nur das Licht von 1 kam. Durch diffuse Reflexion sah man bei dieser Methode außer dem Fluoreszenzspektrum immer noch das erregende Licht. Die Messungen wurden dadurch nicht gestört, sofern nicht das erregende Licht

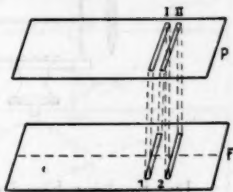


Fig. 9.

1) Dadurch, daß die Emission des festen Körpers direkt untersucht wurde, bin ich der Schwierigkeit entgangen, die sich der Untersuchung fester Körper in einem Lösungsmittel zeigt: Hier ergeben sich öfters kleine Änderungen in der Emission je nach Art des Lösungsmittels und damit wohl auch Änderungen in der jeweiligen Erregungsverteilung.

in das Gebiet der Emission fiel. Die entsprechenden Werte sind in letzterem Falle in der graphischen Darstellung der Erregungsverteilung (vgl. Fig. 11) gestrichelt. Die durch die Spalte *I* und *II* fallenden Energiebeträge wurden bolometrisch gemessen; die Spaltbreite wurde so gewählt, daß das durchfallende Spektralgebiet ca. 10 bis 15 μ breit war. — Das Spektralphotometer hat eine besondere Konstruktion erfordert. Es ergibt sich ohne weiteres, daß bei dieser Methode, bei welcher die beiden „Lichtquellen“ so nahe aneinander lagen, das gewöhnliche Spektralphotometer nicht gut zu verwenden war.

Das von mir verwandte Spektralphotometer bestand im wesentlichen aus der Optik zweier genau gleicher Zeiss'scher Taschenspektroskope, die für den vorliegenden Fall etwas umgebaut waren; die beiden Spektroskope waren in horizontaler Lage übereinander befestigt (vgl. Fig. 10).

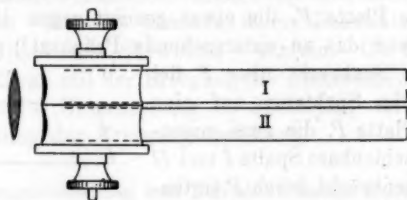


Fig. 10.

Das Spektroskop *I* wurde auf die obere Hälfte des Streifens 1 (Fig. 9), Spektroskop *II* auf die untere Hälfte des Streifens 2 eingestellt. Laufen die Strahlenachsen von *I* und *II* genau parallel, so wäre das Licht *desselben* Streifens (z. B. 2) in *I* und *II* gleichzeitig gelangt. Durch die Vorrichtung, welche in obenstehender Fig. 10 wiedergegeben ist, konnten *I* und *II* um einen kleinen Winkel gegeneinander verdreht werden, so daß jetzt die sehr benachbarten Streifen 1 und 2 auf die Spalte der beiden Spektroskope fielen. Die Spaltbreiten waren an einer Teilung abzulesen. Wie beim gewöhnlichen Spektralphotometer wurde auf gleiche Helligkeit der Spektren eingestellt. — Ein Nachteil dieses Apparates ist sicher, daß durch die kleine Verdrehung von *I* gegen *II* nicht genau gleiche Wellenlängen senkrecht untereinander zu liegen kommen. Da

aber im vorliegenden Falle der Drehungswinkel nur klein war, so glaube ich nicht, daß dadurch wesentliche Fehler entstanden sind. Ein zweiter Nachteil ist der, daß beide übereinandergelagerte Spektren durch einen schmalen dunklen Streifen voneinander getrennt sind. Doch glaube ich, daß bei der photographischen Methode — besonders, wenn es sich um Messung so kleiner Intensitäten handelt — keine genaueren Resultate in diesem Falle erzielt worden wären; denn hier kommen Plattenfehler, Unterschiede im Entwickeln, inkonstantes Brennen der Bogenlampe während der langen Expositionsdauer als nachteilige Momente zur Geltung. Die beschriebene Methode hat jedenfalls den Vorteil, daß sie ungleich schneller arbeitet als die photographische.

In Fig. 11 sind die Resultate der Untersuchung der Erregungsverteilungen zusammengestellt. Es ist für die hier in

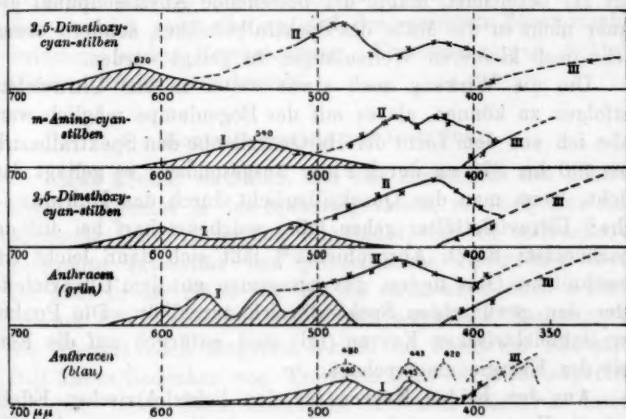


Fig. 11.

Frage kommende Untersuchung wichtig, daß gerade das Maximum der Erregungsverteilung nicht im Ultraviolett, sondern im sichtbaren Teil des Spektrums liegt. (Es bedeuten die Kurven I die *Emission*, Kurven II die Erregungsverteilung der Emission.) Nur Anthracen (blau) hat das Maximum der

Erregungsverteilung im Ultraviolett (hier nicht untersucht).¹⁾ Besonders bei Dimethoxybenzalindandion sieht man, daß die Erregung bei kleinen Wellenlängen schwach ist, was sich auch schon vorher bei Untersuchung des Präparates im gefilterten Ultraviolett deutlich zeigte. Anthracen (grün) hat anscheinend im Ultraviolett noch ein zweites Maximum.

Der lichtelektrische Effekt im Spektrum wurde auf dieselbe Art gemessen, wie sie für ultraviolettes Licht beschrieben worden ist. Der Bezirk des Spektrums, der von dem Spalt S_1 (vgl. Fig. 1) durchgelassen wurde und zur Bestrahlung der Substanz diente, war nie breiter als $20\ \mu\mu$. Bei der graphischen Darstellung habe ich die *mittlere* Wellenlänge eingetragen, was wohl hier gestattet ist; z. B. ging bei Anthracen (grün) der erste Spektralbezirk, welcher einen lichtelektrischen Effekt ergab, von 405 bis $420\ \mu\mu$, den Abszissenpunkt habe ich bei $412,5\ \mu\mu$ gelegt. Nach dem Verlauf der lichtelektrischen Kurven (mit III bezeichnet) müßte der betreffende Abszissenpunkt genauer nicht in die Mitte des Spektralbereiches, sondern etwas mehr nach kleineren Wellenlängen zu gelegt werden.

Um die Wirkung noch etwas weiter in das Ultraviolett verfolgen zu können, als es mit der Bogenlampe möglich war, habe ich aus dem Licht der Hg-Quarzlampe den Spektralbezirk von 400 bis $375\ \mu\mu$ durch Filter ausgesondert; es gelingt das leicht, wenn man das Quecksilberlicht durch das Lehmannsche²⁾ Ultraviolettfilter gehen läßt, welches scharf bei $400\ \mu\mu$ abschneidet; durch Ausprobieren³⁾ läßt sich dann leicht ein gewöhnliches Glas finden, das zusammen mit dem Ultraviolettfilter den gewünschten Spektralbezirk durchläßt. Die Punkte der lichtelektrischen Kurven (III) sind natürlich auf die Einheit der Energie umgerechnet.

Aus den beiden Kurven für den lichtelektrischen Effekt und die Erregungsverteilung geht unmittelbar hervor, daß ein

1) Die für Anthracen (blau) gestrichelt eingezeichneten Kurven stellen die Emission dar, wie sie von Stark und Steubing gefunden wurde. Soweit meine Beobachtungen spektral reichen, stimmen die Maxima mit denen nach Stark und Steubing überein.

2) H. Lehmann, Physik. Zeitschr. 11. p. 1069. 1930.

3) Mit Hilfe des spektral zerlegten Hg-Lichtes und Fluoreszenzschirmes.

Zusammenhang zwischen beiden *nicht* besteht. Für 2,5-Dimethoxybenzalindandion wurde im sichtbaren Spektrum überhaupt kein Effekt gefunden, obwohl das Maximum der Erregung bei $475 \mu\mu$ liegt. Wie schon hervorgehoben wurde, wird dieses Präparat durch Ultraviolett verhältnismäßig schwach erregt; der lichtelektrische Effekt aber beginnt erst im Ultraviolett. Da nur zwei Punkte für den Effekt im Ultraviolett gefunden wurde und deren Lage bzw. der Abszisse nicht genau bestimmt ist, so habe ich für dieses Präparat nur die „wahrscheinliche“ lichtelektrische Kurve (gestrichelt) gezeichnet. Bei allen übrigen Präparaten setzt der lichtelektrische Effekt ziemlich mit demselben Spektralgebiet ein; oberhalb $420 \mu\mu$ ist nirgends mehr ein lichtelektrischer Effekt nachweisbar, obwohl die Erregung von $420 \mu\mu$ nach längeren Wellenlängen zu noch ansteigt bei allen Substanzen, ausgenommen Anthracen (blau).¹ Ziemlich derselbe Verlauf der lufoelektrischen Kurve bei allen Substanzen, so verschiedenartig auch ihre Emission und deren Erregung ist, zeigt also an, daß der vermutete Zusammenhang zwischen beiden Erscheinungen, Fluoreszenz und lichtelektrischer Effekt, *nicht* besteht.

Kontrollversuche mit Lichtfiltern.

Man könnte vermuten, daß das Ausbleiben des lichtelektrischen Effektes in den Spektralgebieten, wo noch eine starke Erregung der Fluoreszenz stattfindet, auf zu schwache eingestrahlte Intensität des prismatischen Spektrums beruht. Da ganz in der Nähe von $400 \mu\mu$ tatsächlich noch lichtelektrischer Effekt erhalten wurde mit demselben Spektrum und die Energie nach längeren Wellen im Spektrum wächst, so fällt dieses Bedenken weg. Trotzdem habe ich es für angebracht gehalten, noch Kontrollversuche mit weit stärkeren Intensitäten anzustellen, als sie mir in meinem Spektrum zur Verfügung standen. Diese Versuche wurden mit einem doppeladigen Nernstbrenner ausgeführt, dessen Glühtemperatur auf ein Maximum gesteigert wurde. Ein Kondensor mit sehr großem Öffnungsverhältnis entwarf ein Bild des Brenners direkt

1) Die in Fig. 11 (p. 698) angeführten drei ersten Präparate ergaben nur einen sehr geringen aktinodielektrischen Effekt.

auf die Substanz im Kupferzylinder. Vor das Quarzfenster wurde das Filter gebracht. Es standen mir für diese Versuche sehr gute Farbfilter von Schott zur Verfügung; durch geeignete Kombination wurde das Spektralgebiet von 480 bis $420\text{ }\mu\mu$ herausgefiltert, welches bei den untersuchten Substanzen noch stark erregend wirkt, aber keinen lichtelektrischen Effekt mehr hervorgebracht hatte. Die nachstehende Kurve für Anthracen¹⁾ (grün) zeigt deutlich den gleichen Verlauf der Ausschläge am Elektrometer bei angelegtem, beschleunigendem und verzögerndem Felde. Die hier erhaltenen Ausschläge

Ausschlag pro $\frac{1}{2}$ Min. in mm

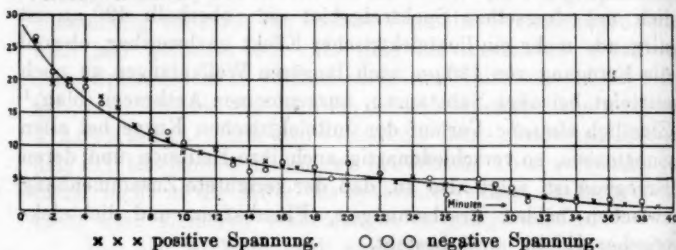


Fig. 12. Anthracen (grün).

sind also rein auf den aktinodielektrischen Effekt zurückzuführen. Bei der Empfindlichkeit der elektrischen Anordnung und der großen eingestrahlten Energie war der aktinodielektrische Effekt in den ersten Sekunden so stark (ca. $300\text{ mm}/30''$), daß das Elektrometer nach den drei ersten halben Minuten wieder geerdet werden mußte.²⁾ Zusammenfassend kann man daher sagen: Es steht der lichtelektrische Effekt mit der Erregung der Fluoreszenz in keinem nachweisbaren Zusammenhang; dies geht hervor aus dem Umstand, daß der lichtelektrische Effekt in Spektralgebieten, in denen die Fluoreszenz ein Maximum besitzt, noch nicht nachzuweisen ist. Er beginnt erst in der Höhe von $400\text{ }\mu\mu$, und zwar bei allen Substanzen, so verschiedenartig ihre Emission und deren Erregung ist.

1) Ich habe den hier beschriebenen Versuch mit Anthracen drei verschiedenen Füllungen der lichtelektrischen Zelle mit Anthracen durchgeführt. Alle drei Anthracenschichten zeigten dasselbe Verhalten.

2) Der in Fig. 12 nicht wiedergegebene Elektrometeregang vor dem „Erden“ war für positive und negative Spannung völlig derselbe.

Theoretische Betrachtungen.

Wenn aus den vorliegenden Untersuchungen auch hervorgeht, daß der lichtelektrische Effekt keineswegs parallel läuft mit der Erregung der Fluoreszenz, so ist einstweilen nur zu folgern, daß dieser Effekt nicht mehr als ein Beweis für die Elektronenvorgänge, welche die Lichtemission besorgen, anzusehen ist. Nach allem, was wir heute über die Ursache der Lichtemission wissen, ist anzunehmen, daß auch bei der Fluoreszenz das Elektron sicherlich das „Lichterregende“ ist. Die einfachste Erklärung für das Fehlen der Parallelität zwischen lichtelektrischem Effekt und Fluoreszenzerregung würde die Annahme sein, daß der lichtelektrische Effekt, welcher durch die Fluoreszenzerregung hervorgebracht wird, gegenüber dem von der Erregung unabhängigen Effekt zu klein ist, als daß er in den Kurven zum Ausdruck kommen kann. Das Fehlen der Parallelität würde aber auch erklärt sein — ohne dem Elektron bei der Lichtemission die dominierende Stellung zu nehmen —, wenn man annimmt, daß die Entfernung des aus dem Atomverband herausgeworfenen Elektrons außerordentlich klein ist (bei dem Vorgang der Erregung), und daß daher die anziehende Kraft zwischen positiv geladenem Atom und Elektron groß bleibt gegenüber der Kraft, die das Elektron von dem Atom durch das angelegte äußere Feld wegtreibt. Gleichzeitig müßte man annehmen, daß das Atom die durch den Austritt der Elektronen fehlende Elektrizität nicht sofort wieder ersetzt bekommt (durch Nachbaratome), was durch die außerordentlich schlechte Elektrizitätsleitung wahrscheinlich ist. Ist die Entfernung des ausgeworfenen Elektrons von dem Atom sehr gering, so würde damit auch die rasche Rückkehr, d. h. die kurze *Dauer* des Leuchtvorganges verständlich werden.¹⁾ Da nun aber bei den in Frage kommenden Präparaten tatsächlich ein lichtelektrischer Effekt gefunden wurde, der aber mit der Fluoreszenz nichts zu tun hat, so ist weiter zu schließen, daß die Kraft, mit welcher ein Elektron, welches *nichts* mit dem Leuchtvorgang zu tun hat, nach dem Atom zurück-

1) Ich habe bei der Untersuchung der *Dauer* des Nachleuchtens bei allen Substanzen gefunden, daß sie geringer ist als $\frac{1}{1000}$ Sekunde (mit dem Becquerelschen Phosphoroskop).

gezogen wird, eine andere und zwar eine kleinere ist, als diejenige, welche das Elektron nach dem Fluoreszenzzentrum zurückzieht.

Weiter würde zu folgern sein, daß man doch schließlich die anziehende Kraft des Atoms gegen das Elektron überwinden müßte, wenn man zu immer stärkeren äußeren beschleunigenden Feldern überginge; d. h. man würde bei sehr hoher angelegter negativer Spannung an das Präparat doch schließlich eine Parallelität zwischen beiden Vorgängen finden müssen. Bei der Empfindlichkeit meiner Anordnung war das Anlegen noch höherer Spannungen als 300 Volt nicht ratsam.

Nach dem eben Gesagten würde also die sehr geringe Entfernung des Elektrons von seinem Ursprungsort und die damit verknüpfte Möglichkeit, sehr rasch wieder mit dem Atom vereinigt zu sein, ein Bild dafür sein, wie man sich das sehr kurze Nachleuchten der fluoreszierenden Körper vorzustellen hat. Bei *phosphoreszierenden* Körpern dagegen wird man annehmen, daß diese Entfernung des Elektrons vom Atom größer sein kann. Geht dann das ausgeworfene Elektron unter Schwingungen zurück, wobei Emission stattfindet, so kann dieser Vorgang der Wiederanlagerung zeitlich eine viel größere Dauer haben, als bei den fluoreszierenden Körpern. — Ein Umstand, den ich nicht unerwähnt lassen will, scheint mir für diese Annahme zu sprechen. Es ist bekannt, daß phosphoreszierende Körper vor allem die Erdalkaliphosphore, durch starken Druck ihre Fähigkeit einbüßen, nachzuleuchten. Daraus schließt man¹⁾, daß der Bau des phosphoreszenzfähigen Moleküls sperrig, d. h. stark raumbeanspruchend sein muß. Wird das Molekül in diesem Aufbau durch Druck gestört, so ist anzunehmen, daß sie nach dem Pressen ihre gegenseitige Lage geändert haben, d. h. daß die Atome durch den Druck näher aneinander gebracht worden sind. Nach dem oben Gesagten müßte aber dann ein solcher durch Druck veränderter (früher phosphoreszenzfähiger) Körper, mit diesem Näherrücken der Atome seine Fähigkeit noch nicht eingebüßt haben, zu *fluoreszieren*. Denn die zum Leuchten nötigen Atome sind alle vorhanden, nur ihre gegenseitige Entfernung ist verkleinert worden. Mit anderen Worten: Es muß ein Erdalkaliphosphor durch Druck so zu beeinflussen sein, daß er seine Phosphoreszenz-

1) Vgl. P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. 12. p. 745. 1903.

fähigkeit verliert, seine Fluoreszenzfähigkeit aber behält. Ich habe in dieser Richtung Versuche angestellt und die besprochene Erscheinung auch beobachten können. Ein Phosphor¹⁾ mit der Zusammensetzung SrCuLi wurde mit möglichster Kraft unter Druck zerrieben, es entsteht die charakteristische Druckfarbe, d. h. das Pulver sieht jetzt rosa aus, während seine Farbe im normalen Zustand weißgelb ist. Schon jetzt zeigt sich ein starkes Nachlassen der Phosphoreszenzfähigkeit, dagegen fluoresziert das Präparat unvermindert stark weiter. Bringt man nun das Pulver zwischen zwei Metallplatten, die einem Druck von 250 Atmosphären ausgesetzt werden, so zeigt sich, daß es nun seine Fähigkeit zu phosphoreszieren völlig eingebüßt hat, dagegen ist die Fluoreszenz im ultravioletten Licht noch schön zu sehen. Gleichzeitig hat sich die Farbe des Präparates nochmals geändert, sie ist jetzt grau geworden.

Durch den starken Druck hat die Helligkeit der Fluoreszenz allerdings auch eingebüßt, ihre Abnahme steht aber in keinem Verhältnis zu der Abnahme der Phosphoreszenz, die auf 0 heruntergesunken ist. Ich habe diese Versuche an verschiedenen Präparaten ausgeführt und immer gefunden, daß die Fluoreszenz viel weniger durch Druck zu beeinflussen ist als die Phosphoreszenz. Es läßt sich vermuten, daß beides, Empfindlichkeit gegen Druck und Dauer des Nachleuchtens im gleichen Sinne wachsen. Einige Versuche schienen mir das anzudeuten. Weitere Schlüsse aus meinen Beobachtungen scheinen mir nicht eher zweckmäßig, bis mehr sichere Beobachtungen vorliegen.

Schließlich fragt es sich, wie der Unterschied in dem lichtelektrischen Verhalten der phosphoreszierenden und der fluoreszierenden Substanzen zu erklären ist. Lenard und Saeland^{2) 3)} schließen aus ihren Untersuchungen über das

1) Der Phosphor fluoresziert bei Bestrahlung mit ultraviolettem Licht hellgrün, leuchtet aber auch in derselben Farbe nach.

2) P. Lenard u. S. Saeland, l. c.

3) Eine neuere Arbeit von Ch. A. Butman (vgl. Am. Journ. Scien., 34. Aug. 1912), die sich auch mit der lichtelektrischen Untersuchung von Erdalkaliphosphoren befaßt, ergibt diese Übereinstimmung zwischen Phosphoreszenzerregung und lichtelektrischem Effekt nicht so deutlich. So findet Butman, daß ein Phosphor von der Zusammensetzung CaBiNa einen lichtelektrischen Effekt nur liefert bei Bestrahlung von Licht mit einer maximalen Wellenlänge von $410 \mu\mu$ (in Überein-

lichtelektrische Verhalten von Phosphoren daß ein genetischer Zusammenhang zwischen Phosphoreszenzerregung und lichtelektrischem Effekt besteht. Bei den fluoreszierenden Stoffen wäre das Fehlen der lichtelektrischen Wirkung allein zu erklären aus der Anschauung heraus, wie sie am Schlusse dieser Arbeit entwickelt wurde. Sicherlich kann man aus dem unterschiedlichen Verhalten der phosphoreszierenden und fluoreszierenden Substanzen bzw. des lichtelektrischen Effektes keinen grundlegenden Unterschied konstruieren in dem Zustandekommen der Lichtemission in beiden Fällen. Auch hier müssen noch mehr sichere experimentelle Daten vorliegen, ehe es sich lohnt, weitere Schlüsse zu ziehen.

Zusammenfassung.

1. Es ist eine Reihe von fluoreszierenden Substanzen auf ihr lichtelektrisches Verhalten bei Bestrahlung mit ultravioletttem Licht untersucht worden.

2. Eine Auswahl geeigneter Substanzen ist auf ihr lichtelektrisches Verhalten eingehend im sichtbaren Spektrum untersucht worden und zwar nur solche Präparate, deren Erregung noch im sichtbaren Gebiet des Spektrums lag. Ein lichtelektrischer Effekt wurde bei allen Präparaten erst bei einer Bestrahlung mit einer maximalen Wellenlänge von 420μ gefunden. Der bei Bestrahlung mit ultravioletttem Licht gefundene Effekt war durchschnittlich sehr klein, er betrug ca. $\frac{1}{100}$ bis $\frac{1}{500}$ des Effektes beim Zink.

3. Bei den im Spektrum untersuchten Substanzen wurde auch die Erregungsverteilung der Fluoreszenz nach einer neuen Methode gemessen.

4. Es ergab sich aus 3. und 4. kein Zusammenhang zwischen dem lichtelektrischen Effekt und der Erregungsverteilung.

5. Die Resultate sind theoretisch verwertet worden; es ist wahrscheinlich, daß ein Unterschied im räumlichen Bau des fluoreszenz- und phosphoreszenzfähigen Moleküls existiert.

Jena, Physik. Institut der Univ., Januar 1913.

stimmung mit meinen Versuchen!), dagegen liegt das Maximum der Erregungsverteilung nach Lenard und Klatt bei diesem Phosphor erst bei 415μ und die Erregung endigt erst bei 440μ .

(Eingegangen 24. Januar 1913.)

5. Zur Kritik der Strahlungsmessungen. I; von Walther Gerlach.

Hr. S. Valentiner hat kürzlich¹⁾ auf zwei Punkte in meiner Bestimmung der Konstanten des Stefan-Boltzmannschen Strahlungsgesetzes hingewiesen, in denen er Fehlerquellen meiner Arbeit zu sehen glaubt. Die Unmöglichkeit des zweiten Punktes ergibt sich aus der Konstruktion der Thermoskulanordnung, der erste Punkt ist selbstverständlich als Grundbedingung für die Messungen in Vorversuchen erledigt worden.²⁾ Ich hielt ihre Veröffentlichung für unnötig, sehe mich nun aber gezwungen, sie nachträglich zu publizieren.

Valentiner vermutet, daß „die Temperatur in der Umgebung des Streifens, speziell vor dem Streif bei der Messung der Strahlung von 0°, um ein Geringes niedriger gewesen sein kann als bei der Messung mit dem 100°-Strahler“.

1. Eine solche zu Fehlern führende Erwärmung der Luft vor dem Streifen kann hervorgerufen werden durch Absorption von Strahlung, durch Leitung, durch Erwärmung dünner Metallfolien im Strahlengang, welche zum Streif strahlen, durch schlechte Wärmeleiter vor oder hinter den temperaturempfindlichen Lötstellen. *Absorption* findet für die in Frage kommenden Wellenlängen bis auf den sehr geringen Betrag im Kohlen säure- und Wasserdampfgehalt in Luft nicht statt. *Wärmeleitung* scheint bei den großen Entfernungen und vielen Zwischendiaphragmen aus dickem Metall ausgeschlossen, immerhin wurde diese Fehlerquelle experimentell untersucht; a) ist bei allen Anordnungen das Quadratgesetz der Entfernung streng erfüllt. Zugeleitete Wärme müßte mit der Entfernung abnehmen. — Fig. 1 zeigt die Unabhängigkeit der Resultate

1) S. Valentiner, Ann. d. Phys. 39. p. 489. 1912.

2) W. Gerlach, Ann. d. Phys. 38. p. 1. 1912, im folgenden l. c.

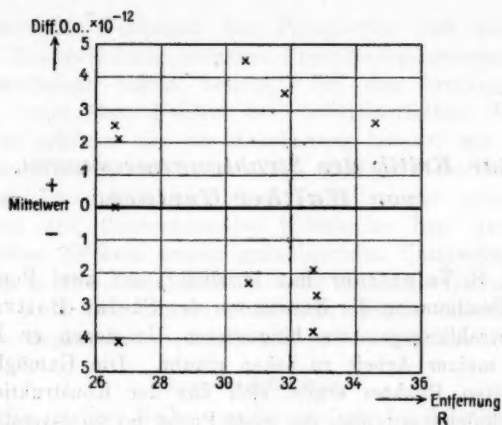


Fig. 1a.)

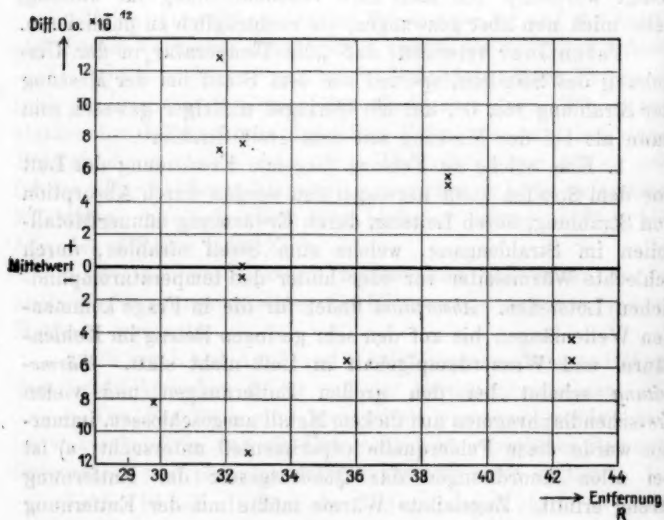


Fig. 1b.)

1) Resultate von Tab. VII der ersten Abhandlung l. c. p. 23.

2) Resultate von Tab. VIII l. c. p. 24.

von der Entfernung. — b) war für einige Vorversuche an den beiden Strahlern eine Absaugevorrichtung angebracht, für die aus ihren Hohlräumen kommende warme bzw. kalte Luft. Messungen der Strahlung durch Umlegen der Körper vor dem offenen Diaphragma ergaben mit und ohne Saugen gleiche Werte, z. B. (21. X. 1911)

Tabelle I.

(I) ohne Saugen	266,1	6,3	5,7	5,1	5,8	6,5	5,3	5,3
(II) mit „	265,3	5,1	5,3	5,9				
Mittel I	265,8	} Skalenteile des Galvanometers.						
„ II	265,4							

Die im Strahlengang stehenden scharfrandigen Diaphragmen und Blenden bestanden aus dicken Metall und waren nach der Strahlungsquelle zu blank. Eine Erwärmung des Spaltes vor der Thermosäule fand nicht statt: „wurde der Spalt mit einem beiderseitig versilberten Kupferblech (aus gleichem Stück wie die Spaltbacken geschnitten) bedeckt, so änderte die Thermosäule ihre Ruhelage nicht“. Die Thermosäule selbst war rings nur von guten Wärmeleitern umgeben; erst nachdem der Silberglasspiegel hinter der Thermosäule durch einen Metallspiegel ersetzt war, hörte das Wandern auf. Bei Strahlung wie bei Heizung stellte sich die Thermosäule konstant ein.

2. Die durch Erwärmung des Streifens bedingte Temperaturänderung der Umgebung, d. h. die vom Streifen weggehende erwärmte Luft, ist gleichmäßig zu beiden Seiten des Streifens verteilt. Die Verteilung ist gleichartig bei Strahlung und elektrischer Heizung. Sie wird plus der vom Streifen ausgesandten Strahlung ($c \Delta t$) von der Thermosäule gemessen. Sie ist in weiten Grenzen streng der Erwärmung des Streifens proportional, wie früher für alle möglichen Spaltbreiten und die in den Messungen vorkommenden Stromstärken schon bewiesen ist¹⁾, für größere Werte mit folgendem Beispiel gezeigt sei.

1) W. Gerlach, l. c. p. 13.

Tabelle II.

(9. III. 1910.)

Thermoskule I			Thermoskule II	
i	a/E relativ	Diff. in %	a/E relativ	Diff. in %
0,0552	197	-0,5	244	$\pm 0,0$
683	198	$\pm 0,0$	—	—
929	199	+0,5	243	-0,4
0,1135	197	-0,5	243	-0,4
1270	197	-0,5	246	+0,8
1550	201	+1,5	242	-0,8
Mittel	198		244	

3. Die Temperaturänderung des Meßstreifens war in der ersten Abhandlung nicht berücksichtigt worden. Unter Annahme der gleichen Bezeichnungen wie l. c. p. 2 erhält man, wenn Δt_1 und Δt_2 die Temperaturänderungen des Meßstreifens bedeuten:

$$A i^2 \omega = C(\Delta t_1 - \Delta t_2)$$

$$C(\Delta t_1 - \Delta t_2) = \sigma \frac{F_1 F_2}{R^2} \{T_1^4 - T_2^4 - [(T' + \Delta t_1)^4 - (T' + \Delta t_2)^4]\},$$

da im Gleichgewichtszustand S_1 zum Streifen der Temperatur $T' + \Delta t_1$ und S_2 zum Streifen der Temperatur $T' + \Delta t_2$ strahlt. Die gewünschte Strahlung ist:

$$\sigma \frac{F_1 F_2}{R^2} (T_1^4 - T_2^4) = C(\Delta t_1 - \Delta t_2) + \sigma \frac{F_1 F_2}{R^2} \cdot 4 \cdot T'^3 (\Delta t_1 - \Delta t_2).$$

Also ist:

$$C(\Delta t_1 - \Delta t_2) = A i^2 \omega$$

um den zweiten Ausdruck auf der rechten Seite zu vergrößern. Durch Messung der Widerstandsänderung eines an Stelle des Manganinstreifens gesetzten Platinstreifens ergibt sich eine Temperaturerhöhung des Streifens bei 100° Strahlung von etwa $\frac{3}{1000}$ ° C. Eine Übersichtsrechnung zeigt, daß die Korrektur von der Größenordnung 1 auf 10000, somit zu vernachlässigen ist.

Eine Erwärmung der Luft kommt für meine Anordnung nicht in Betracht.

Wie eine Durchrechnung der Valentinerschen Korrektur auf den vorliegenden Fall ergibt, ist der von Valentin vermutete Fehler außer von der unbekannten Temperaturdifferenz zwischen Streifen und umgebender Luft abhängig von der Temperaturerhöhung und der Größe der elektrischen Heizung. Auch diese Abhängigkeit ist in meinen Resultaten nicht vorhanden, wie neben Fig. 1 Fig. 2 zeigt.

4. Valentin weist auf das p. 20, Fig. 5 meiner Abhandlung gegebene Zahlenmaterial hin: die größere Differenz der ersten Ablesung und der konstanten Einstellung bei Strahlung gegenüber der bei elektrischer Heizung ist durch die Art der Messung bedingt: wurde z. B. auf 0 Sek. die letzte Ablesung ohne Strom gemacht, und dann der Strom eingeschaltet, so wird sofort, höchstens 1—2 Sek. nach der Ablesung, bei 0 die ganze Energie in den Streifen geschickt, während unter gleichen Umständen bei der Strahlungsmessung nach der letzten Ablesung unter Einwirkung des einen Strahlers zuerst der Schlitten bis zum Anschlag für den anderen Strahler verschoben werden mußte. Die durch dieses Umlegen bedingte Zeitdifferenz zwischen Ende der ersten und Anfang der zweiten Strahlung kommt bei der Endeinstellung nicht in Betracht, wird dagegen merklich bei dem schnellen Anstieg in den ersten 10—15 Sek. das Bild der Kurve verändern.

5. Versuche mit Anwendung einer Klappe, wie sie Valentin bei Kurlbaums Methode lobt, habe ich ebenfalls gemacht und auch in meiner ersten Mitteilung angegeben. „Auch lieferten Beobachtungen mit Klappe an den schwarzen Körpern und ohne Gebrauch einer Klappe gleiche Werte.“ Die Klappe bestand hier aus drei mit kleinen Lederstückchen an den Ecken in je 2—3 mm Abstand zusammengeklebten Blechscheiben, und lag an der den Strahlern zugewandten Seite des Wassertroges *W* an. Die Temperatur der der Thermosäule zugewandten Fläche blieb konstant gleich der der Umgebung; denn selbst bei längerer Bestrahlung der Klappe mit den schwarzen Körpern und bei wiederholtem Umlegen derselben hinter geschlossener Klappe gab die Thermosäule keinen Ausschlag. Auch gaben wiederholte Beobachtungen der Teilstrahlungen Klappe — 0° und Klappe — 100° gleiche Werte.

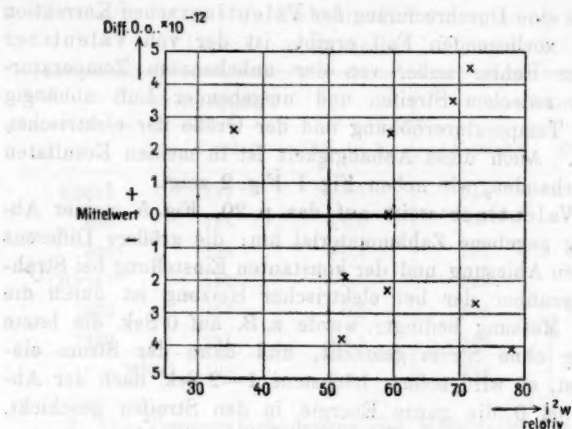


Fig. 2a.1)

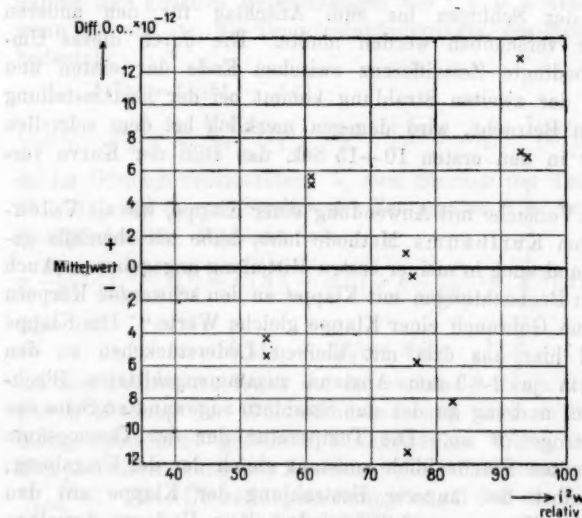


Fig. 2b.2)

- 1) Resultate von Tab. VII der ersten Abhandlung l. c. p. 23.
- 2) Resultate von Tab. VIII l. c. p. 24.

Die Resultate der folgenden Tabelle zeigen die Übereinstimmung der mit und ohne Klappe gefundenen Werte.

Tabelle III.

Datum 1911	Ent- fernung cm	Galvanometerausschlag				$\frac{s^2 \omega r^2}{(T_1^4 - T_0^4)}$ korrr. (relativ)	Diff. 1)
		direkt 0—100°	Klappe —0°	Klappe —100°	Summe		
11. X.	31,00	191,4	—	—	—	5,462	+0,4 %
12. X.	31,00	191,7	—	—	—	5,456	+0,3
12. X.	31,00	—	15,6	175,7	191,3	5,446	+0,6
12. X.	24,00	315,6	—	—	—	5,411	—0,6
12. X.	24,00	—	32,5	281,5	313,9	5,382	—0,6

Mittel ohne Klappe: 5,448 } Diff.: 0,5 %
 „ mit „ 5,414 }

Die Differenz der beiden Mittelwerte der Versuche mit und ohne Gebrauch der Klappe ist kleiner als die Differenz der Einzelmessungen mit jeder der beiden Methoden.

6. Ferner kehrte nach Umlegen der Strahler nach Aus- bzw. Einschalten des Heizstromes das Galvanometer in gleichen Zeiten wieder in die Ausgangsstellung zurück, was nicht möglich wäre, wenn sich während der doch meist $1\frac{1}{2}$ —2 Min. langen — in einzelnen Vorversuchen noch längeren — Einwirkung der Strahlung bzw. Heizung die Temperatur vor dem Streifen und damit die Temperatur des Streifens selbst geändert hätte. Irgendwelche Erwärmung im Strahlengang muß einen Gang in Richtung des Ausschlages hervorrufen, der in Widerspruch zu den beobachteten konstanten Einstellungen steht, was nochmals an einem Beispiel gezeigt sei.

Die Kurven zeigen: 1. die Konstanz der Einstellung und 2. die gleichartige Einstellung bei Strahlung und bei Heizung bei kleinen und großen Ausschlägen. Zur besseren Demonstration habe ich die Strahlungs- und Heizungskurven im großen Maßstabe untereinander gezeichnet, während zuerst nur bei Strahlung, dann nur bei Heizung beobachtet wird.

1) Abweichungen in Proz. von den entsprechenden Mittelwerten.

Tabelle IV.¹⁾

Ausschlag Galv.-Skt.			Ein- stellung	Diffe- renz	Ausschlag Galv.-Skt.			Ein- stellung	Diffe- renz
Strahlung	Klappe				Strom 0	Strom \pm			
671,1			671,0			669,0		668,8	
1,1						8,8			
1,0						8,8			
	951,8		284,2		950,9				
	3,2				2,0				
	4,3				2,2	Stö-			
	4,7				2,6	rung			
	5,2				3,3				
	5,2	955,2			3,8			953,8	
	5,2				3,8				
673,2			285,5			671,7			
1,9						0,2			
1,0						69,8			
0,2						9,2			
69,7						9,2	669,2		
9,7		669,7				9,1			
9,7									
	951,5		285,2		951				
	2,8				2,1				
	3,8				3,0				
	4,2				3,5				
	4,6	954,9			4,0				
	4,9				4,2		954,4		
	4,9				4,4				
	4,9				4,4				

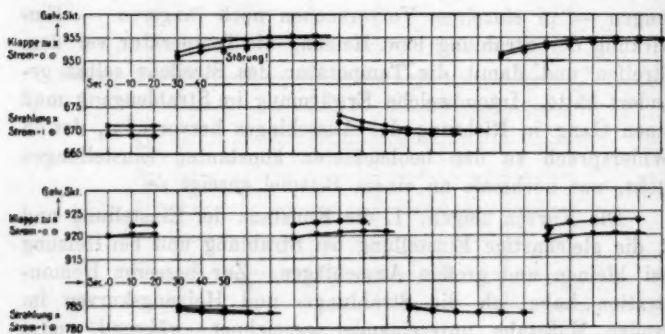


Fig. 3.

1) Tab. IV gibt als Beispiel die Messungen zu der oberen Kurvenreihe der Fig. 3.

Auf Grund dieser Beobachtungen habe ich die m. E. umständlichere Meßmethode mit Klappe aufgegeben und in der früher angegebenen Weise verfahren: hierbei werden zwei Ablesungen und die durch Temperaturänderung der Klappe verursachte Fehlerquelle vermieden.

Nach meinen Versuchen läßt sich eine Anordnung herstellen, die in der früher verlangten¹⁾, hier nochmals beschriebenen Weise arbeitet. Eine Methode, die diesen Gleichgewichtszustand nicht zu beobachten gestattet, ist prinzipiell fehlerhaft.

7. Punkt 2 der Valentinerschen Bemerkung: Fig. 4 gibt einen Querschnitt durch meine Anordnung.

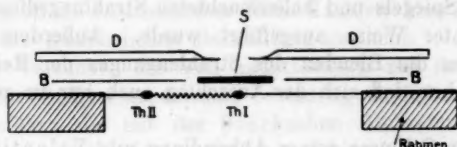


Fig. 4.

Es bedeuten Th_1, Th_2 die beiden Lötstellen eines Elementes, S den Meßstreifen, B die Kupferschutzbleche²⁾, beiderseits geschwärzt, D das die Empfängerfläche definierende Diaphragma, beiderseits versilbert. Der Abstand Th_1-S war so klein als möglich, ca. $\frac{1}{2}$ mm³⁾, der Abstand $D-S$ 1–1 $\frac{1}{2}$ mm.⁴⁾ Es kann somit nur Strahlung auf die mittleren Lötstellen fallen, die von S diffus nach D , von D regular nach B , von B diffus auf D , und von D regulär durch den engen Zwischenraum zwischen B und S (1–2 mm) nach Th_1 hin reflektiert wird, d. h. in einem kleinen Winkel zweimal an schwarzen und zweimal an blanken Flächen reflektierte Strahlung.

Durch den Zwischenraum $B-S$ nach einmaliger Reflexion an S und D fallende Strahlung würde die seitlichen Lötstellen treffen und im entgegengesetzten Sinne wirken. D war beiderseits versilbert, um Erwärmung durch Strahlung von S aus-

1) l. c. p. 12, Bedingungen (1) bis (4).

2) l. c. p. 6.

3) l. c. p. 5.

4) l. c. p. 4.

zuschließen, auch wäre diese bei Strahlung und Heizung gleich. Von *D* auf *S* zurückreflektierte Strahlung müßte der Größe nach abhängig sein von der Breite des durch *D* abgeblendeten Stückes von *S*; das alles müßte a) die Proportionalität der Streifenenerwärmung stören, was meinen vielfach variierten Versuchen widerspricht; b) verschieden große Fehler geben je nach der Breite des Streifens im Verhältnis zu der von Lötstellen direkt kontrollierten Fläche, was ebenfalls den Versuchen widerspricht.¹⁾ Die in meiner Abhandlung p. 8 erwähnte Prüfung fehlerhafter Reflexionen bezieht sich, wie aus den Worten p. 8 hervorgeht, auf die Blenden bis zur Thermosäule, eine Prüfung, die mittels eines hinter dem Spalt stehenden geneigten Spiegels und hellerleuchteten Strahlungsdiaphragmas in bekannter Weise ausgeführt wurde. Außerdem wurden des öfteren die Blenden des Strahlenganges der Reihe nach entfernt, ohne daß sich der Ausschlag auch nur im geringsten änderte.

8. Am Schlusse seiner Abhandlung gibt Valentiner eine Korrektion für seinen Wert aus der variablen Streifendicke. Wie schon F. Paschen²⁾ bemerkt hat, ist es unrichtig den von Kurlbaum³⁾ berechneten Korrektionsfaktor in seine Gleichung einzusetzen. Über diese Frage hoffe ich in kurzem experimentelle Daten mitteilen zu können.

Tübingen, Physik. Inst. d. Univ., 6. Januar 1913.

1) l. c. p. 13, ferner Tab. I, II, III. Der von Lötstellen kontrollierte Raum war 3 mm breit (l. c. p. 5).

2) F. Paschen, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 14. p. 788. 1912.

3) F. Kurlbaum, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 14. p. 578. 1912.

(Eingegangen 13. Januar 1913.)

**6. Zur Frage
der Lichterzeugung durch Kanalstrahlen;
von L. Vegard.**

§ 1. In einer kürzlich erschienenen Arbeit¹⁾ habe ich durch eine Reihe von Beobachtungen und Messungen die Gesetze der Lichterzeugung in verdünnten Gasen untersucht, und besonders ist die Lichtemission durch Kanalstrahlen zum Gegenstand einer ausführlichen Behandlung gemacht.

Die Versuche, die sich hauptsächlich mit der Emission des Wasserstoffserienspektrums beschäftigten, haben zu Resultaten geführt, die mit der Starkschen Auffassung von der Beziehung zwischen Lichtemission und kinetischer Energie der Strahlen in ausgesprochenem Widerspruch stehen.

Trotzdem sucht Hr. J. Stark²⁾ in einer kürzlich erschienenen Note meine Beobachtungen und Messungen der Intensitätsverteilung des Serienspektrums so zu deuten, als wären Effekte vorhanden, die zugunsten seiner Auffassung sprechen, und er will auch für die von mir nachgewiesene Verschiebung des Verhältnisses zwischen bewegter und ruhender Intensität eine Deutung geben, die für seine Auffassung günstig ist.

§ 2. Bevor ich zur Besprechung der von J. Stark gemachten Bemerkungen gehe, will ich kurz die für die erwähnten Fragen wichtigsten Resultate meiner vorigen Arbeit erwähnen.

1. Beobachtungen senkrecht zur Strahlungsrichtung — ähnlich der von Stark und Steubing gemachten —, wo Spannung und Druck im Beobachtungsraum gleichzeitig variierten, zeigten eine relative Herabsetzung von H_α gegenüber H_β , wenn die Spannung erhöht wurde.

1) L. Vegard, Ann. d. Phys. 39. p. 111. 1912 (wird später kurz mit A bezeichnet).

2) J. Stark, Ann. d. Phys. 39. p. 1185. 1913.

2. Weitere Aufnahmen senkrecht zur Strahlenrichtung sind mit einer Vorrichtung gemacht, die gestattet, die angelegte Spannung und den Druck im Beobachtungsraum unabhängig voneinander zu variieren. Hierdurch wurde die erwähnte totale Variation der Intensitätsverteilung in zwei Effekte verschiedenen Ursprungs zerlegt. Der eine Teil war ein reiner Druckeffekt, der andere ein reiner Spannungseffekt.

Die beiden getrennten Effekte wurden mittels Longitudinalaufnahmen durch Zerlegung der Linien in ruhende und bewegte Intensität weiter untersucht. Die Longitudinalaufnahmen zeigten folgendes:

3. Die Intensitätsverteilung des ruhenden Serienspektrums war den Druck- und Spannungsänderungen gegenüber invariant.

4. Die Intensitätsverteilung des bewegten Serienspektrums zeigte einen ganz deutlichen reinen Druckeffekt, der für den benutzten Druckintervall ungefähr 30 Proz. betrug.

5. Dagegen war unter Konstanthalten des Druckes keine Variation der Intensitätsverteilung im bewegten Spektrum mit Änderung der Spannung zu erkennen.

Wie ist nun, wenn weder ruhende noch bewegte Intensität nachweisbare Spannungseffekte zeigten, der bei Queraufnahmen gefundene reine Spannungseffekt zu erklären? Die Erklärung ergibt sich durch den Nachweis von zwei ganz besonderen Effekten, bei deren Zusammenwirken der Spannungseffekt bei Transversalaufnahmen zustande kommt.

6. Der eine Effekt besteht darin, daß unter sonst gleichen Umständen die ruhende und bewegte Intensität eine sehr verschiedene Intensitätsverteilung besitzen.

7. Der andere Effekt besteht in einer sehr großen Abhängigkeit des Verhältnisses zwischen bewegter und ruhender Intensität von der Spannung.

Die Realität der beiden letzten Effekte unterliegt keinem Zweifel. Sie sind beide sehr groß, was die prozentuelle Genauigkeit der Bestimmung sehr erhöht. Bei dem Drucke im Beobachtungsraum 0,10 mm war

$$\frac{(H_a/H_p)_{\text{bew.}}}{(H_a/H_p)_{\text{ruh.}}} = 1,66,$$

und das Verhältnis zwischen bewegter und ruhender Intensität von H_β änderte sich von 3,5 his $\frac{2}{3}$ für Spannungsänderungen von 2—10 mm Funkenstrecke, oder etwa 500 Proz.

Wir müssen uns erinnern, daß sowohl die unter 2. erwähnten Queraufnahmen als die Longitudinalaufnahmen teils mit denselben Röhren, teils auch gleichzeitig gemacht wurden. Ohne Rücksicht auf die Deutung, die wir den Resultaten geben, repräsentieren die mittelst der Longitudinalaufnahmen gefundenen Beziehungen und Effekte die bei den Queraufnahmen vorhandenen Strahleneigenschaften.

Für Strahlen derselben Eigenschaften besteht zwischen Intensitätsverteilung bei Queraufnahmen und Longitudinalaufnahmen die folgende Identität:

$$(1) \quad x_{\alpha, \beta}^{A_1, A_2} = \frac{r_1}{r_2} \frac{\left(1 + \frac{b_1}{r_1} f_1\right) (1 + f_2)}{\left(1 + \frac{b_2}{r_2} f_2\right) (1 + f_1)} \cdot 1)$$

Diese Gleichung gilt im allgemeinen für zwei Spektren, die zwei beliebigen Zuständen des Strahlenbündels entsprechen können. Entsprechen die beiden Aufnahmen Strahlen bei demselben Drucke, aber verschiedener Spannung, so hat man:

$$r_1 = r_2 \quad \text{und} \quad b_1 = b_2.$$

Da aber b und r verschieden sind, sehen wir sofort aus der Gleichung, daß die gefundene große Verschiebung von f eine entsprechende Variation der Intensitätsverteilung bei Queraufnahmen hervorrufen muß. Setzen wir die gefundenen Werte von b/r und f hinein, so bekommt man für die Änderung der Intensitätsverteilung bei Queraufnahmen ($x_{\alpha, \beta}^{A_1, A_2}$) Werte, die innerhalb des möglichen Fehlers mit den direkt beobachteten übereinstimmen, oder die Variation von f genügt vollständig, um die reinen Spannungseffekte bei Queraufnahmen zu erklären.

§ 3. Zu der schon erwähnten Spannungsvariation von f kommt auch eine Druckänderung. Diese Änderungen — die Verschiebungseffekte — können in folgender Weise ausgedrückt werden.

1) Die Bedeutung der Buchstaben geht aus (A) p. 120 hervor.

8. Das Verhältnis zwischen bewegter und ruhender Intensität wird mit wachsender Spannung und wachsendem Drucke kleiner.

Um der Ursache dieser Effekte näher zu kommen, sind die gemessenen Lichtintensitäten mit der Kanalstrahlenenergie verglichen. Ich habe auch gleichzeitig den totalen Ladungsstrom der Strahlen gemessen; aber ich habe aus Gründen, die ich später besprechen werde, den Ladungsstrom für die Deutung der Messungen nicht in Anwendung gebracht.

Die Deutung der Meßresultate besteht darin, aus den gefundenen Gesamtwerten von Lichtintensität und Energie auf die *Elementargesetze der Lichterzeugung zu schließen*.

Es handelt sich also um die Lösung der Aufgabe, wie die pro Längeneinheit der Strahlenbahn erzeugte ruhende und bewegte Lichtenergie sich mit dem Drucke und der Spannung ändert.

Die erste Frage ist, existieren solche Elementargesetze? Läßt sich die von einem einzigen Strahl pro Längeneinheit seiner Bahn erzeugte ruhende und bewegte Intensität durch eindeutige Funktionen von Druck und Spannung berechnen?

Es ist klar, daß man in dieser Weise nicht den augenblicklichen Zustand der Lichtemission repräsentieren kann; denn der Leuchtprozeß ist ja ein intermittierender Vorgang, und ein für jeden Augenblick des Durchfliegens geltendes Gesetz mußte entweder die Zeit oder die Bahnlänge enthalten.

Wie gewöhnlich bei intermittierenden Vorgängen können wir mit Durchschnittsintensitäten rechnen. Wir können entweder den zeitlichen Mittelwert nehmen und die durchschnittliche Lichtintensität pro Zeiteinheit betrachten, oder wir können annehmen, daß der Strahl auf dem sehr langen Weg L eine ruhende Intensität i , und bewegte Intensität j , erzeugt, und die Intensitäten i und j können wir durch die Gleichungen definieren:

$$i = \frac{i_s}{L}, \quad j = \frac{j_s}{L}.$$

Die Intensitäten repräsentieren also die durchschnittlich pro Längeneinheit erzeugten Lichtenergien und sind unabhängig von der Art und Weise, in welcher diese Lichtmenge

in den verschiedenen Phasen der Träger erzeugt wird. In bezug auf die so definierte Intensität *sind geladene und ungeladene Träger als gleichwertig zu betrachten*; denn im Durchschnitt haben sämtliche Strahlen mit demselben materiellen Träger denselben Ladungszustand.

Für die so definierten Intensitäten können wir setzen:

$$i = \varrho(p, v),$$

$$j = \beta(p, v),$$

wo ϱ und β eindeutige Funktionen von dem Drucke (p) und von der Geschwindigkeit (v) bedeuten.

Die Bestimmung dieser beiden Funktionen für verschiedene Gas- und Strahlenarten ist eine der wichtigsten Aufgaben des ganzen Leuchtproblems.

Vermöge einer besonders einfachen Gesetzmäßigkeit der ruhenden Intensität ließ sich aus den gemachten Versuchen die Funktion ϱ bestimmen, und wir könnten das Elementargesetz der ruhenden Intensität folgendermaßen ausdrücken:

9. Jeder Strahl erzeugt bei konstantem Drucke im ruhenden Gas pro Längeneinheit seiner Bahn eine Lichtenergie, die mit der translatorischen Energie des betreffenden Strahles proportional ist, und:

10. Die bei einem Kanalstrahl pro Längeneinheit erzeugte ruhende Intensität ist innerhalb des möglichen Fehlers mit dem Drucke proportional.

Innerhalb des Observationsbereiches besitzt die ruhende Intensität das folgende einfache Elementargesetz:

$$(2) \quad i = k p \cdot v^2.$$

k ist eine von p und v unabhängige Größe, die sich doch wohl mit Strahlenarten und ruhendem Gas ändern wird.

Die Deutung der bewegten Intensität ist etwas komplizierter. Die Strahlen besitzen verschiedene Geschwindigkeiten und wir können nur die mittlere Lichtintensität \bar{j} direkt berechnen. Wir haben:

$$(3) \quad \bar{j} = k \cdot \frac{3}{E} \times e V.$$

\bar{j} ist die gemessene Lichtintensität, E Strahlenintensität, e mittlere wirksame Ladung. Die Größe E ist die einzig un-

bekannte und kann möglicherweise mit der Spannung variieren, ist aber für dieselbe Spannung von dem Drucke im Beobachtungsraum unabhängig.

Für Aufnahmen gleicher Spannung aber verschiedener Drucke fanden wir, daß die bewegte Intensität wohl mit dem Drucke wächst aber nicht proportional. Das Verhältnis $\bar{j}_{0,10}/\bar{j}_{0,035}$ ¹⁾ ist innerhalb der Fehlergrenze von der Spannung unabhängig, und wir können schreiben:

$$j = \beta_1(v) \times \beta_2(p).$$

Die Funktion $\beta_2(p)$ können wir nach Potenzen von p entwickeln und mit der ersten Annäherung mit einer Funktion zweiten Grades repräsentieren. Nach Versuchen von Koenigsberger und Kutschewski²⁾ muß für $p=0$ auch die Lichtemission verschwinden. Aus den gefundenen Zahlen können wir dann $\beta_2(p)$ bestimmen und wir kriegen:

$$(4) \quad j = \beta_1(v)(p - 5,7 p^2).$$

Die Variation von j mit der Geschwindigkeit läßt sich aus den von mir gemachten Beobachtungen nicht genau bestimmen. Doch können wir den wichtigen Schluß ziehen, daß innerhalb eines gewissen Spannungsbereiches j überall mit wachsender Geschwindigkeit abnimmt. Aus den gefundenen Zahlen finden wir nämlich, daß in Gleichung (3) die Größe $\mathfrak{J}/E \times V$ mit wachsender durchschnittlicher Geschwindigkeit abnimmt. $\varepsilon V/e$ ist die durchschnittliche effektive Spannung, die nach Messungen von W. Wien³⁾ der angelegten Spannung proportional ist.

Beobachtungen von J. J. Thomson⁴⁾ deuten darauf hin, daß unter Umständen ε mit wachsender Spannung abnimmt. Es sind mir aber keine Experimente bekannt, die darauf deuten, daß ε mit der Spannung zunimmt.

Wenn dann $\mathfrak{J}/E \times V$ mit wachsender Spannung abnimmt, muß in Gleichung (3) sicher auch \bar{j} mit wachsender durchschnittlicher Geschwindigkeit abnehmen.

1) Vgl. A, Tab. XVI, p. 154.

2) J. Koenigsberger u. J. Kutschewski, Heidelb. Ber. 4. p. 1. 1910.

3) W. Wien, Ann. d. Phys. 33. p. 922. 1910.

4) J. J. Thomson, Phil. Mag. 18. p. 821. 1909.

Aus dieser Tatsache können wir nicht allgemein den Schluß ziehen, daß die Lichtintensität eines Strahles für sämtliche in dem Strahlenbündel vorkommenden Geschwindigkeiten mit wachsender Geschwindigkeit abnimmt, das wird wahrscheinlich auch nicht der Fall sein. Es muß aber in dem ganzen Bereich von Geschwindigkeiten ein Geschwindigkeitsintervall existieren, wo die Lichtemission jedes einzelnen Strahles mit wachsender Geschwindigkeit abnimmt; denn sonst konnte die Abnahme des durchschnittlichen Leuchtens nicht stattfinden.¹⁾

Intensitätsverteilung des Serienspektrums.

§ 4. Wenn ich mich zu den Bemerkungen von Stark wende, werde ich erst die Frage der Intensitätsverteilung im Serienspektrum behandeln, denn wie ich schon erwähnt habe, sind die Resultate nicht davon abhängig, welche Deutung wir den von mir gefundenen Verschiebungseffekten geben. Diese Effekte sind tatsächliche Eigenschaften der untersuchten Strahlen.

Erst muß ich bemerken, daß es ein Mißverständnis ist, wenn Stark meint, daß ich eine Interpretation der Versuche von Stark und Steubing gegeben habe. Ich habe vielmehr in meiner Arbeit ausdrücklich erwähnt, daß ich auf Grund meiner Beobachtungen nur einen sehr kleinen Bruchteil von dem von Stark und Steubing gefundenen Effekte erklären kann.

Stark findet es „bedenklich“, daß ich meine Beobachtungen, die in einem Spannungsintervall von 8500—27000 Volt gemacht sind, zur Berechnung des Effektes in einem Intervall zwischen 2323—9945 überführe. In der Tat habe ich aus den Beobachtungen von Stark und Steubing die Verschiebung zwischen 4450 und 9945 Volt berechnet.²⁾

Ich habe indessen kein Bedenken gegen die Anwendung meiner Resultate aus den Longitudinalaufnahmen auf die niedrigeren Intervalle. Denn sowohl der Druckeffekt der bewegten Intensität als das Verhältnis b/r , selbst in dem von

1) Es ist natürlich vorausgesetzt, daß eine Spannungserhöhung nicht mit einer Änderung der Zusammensetzung der Strahlen begleitet ist.

2) Die Kurven für kleinere Spannungen sind als weniger genau punktiert aufgezoogen.

mir benutzten viel größeren Spannungsintervall, haben sich nicht merkbar geändert, und da bei niedriger Spannung die bewegte Intensität weitaus überwiegend ist, wird eine Variation des Verhältnisses f nur einen sehr kleinen Einfluß auf die Verteilungsänderung bei Queraufnahmen haben können. In der Tat kann die Verschiebung von f nur ungefähr 6 Proz. des von Stark und Steubing gemessenen Effektes erklären, und der von mir gefundene Druckeffekt wird für die kleinen Druckänderungen, die nötig sind, um die Spannung von 9945 auf 4450 Volt herabzusetzen, wohl sicher nicht mehr als $\frac{1}{6}$, der von Stark und Steubing gefundenen Verschiebung verursachen.

Zu demselben Resultat gelangt man, wenn man die Verschiebungen betrachtet, die mit dem ersten Rohre gemacht waren, wo der Druck im Beobachtungsraum gleichzeitig mit der Spannung variierte. Diese Versuche entsprechen in dieser Hinsicht ganz den von Stark und Steubing gemachten.

Ich habe mit diesem Rohre¹⁾ Aufnahmen von 2600 Volt Gleichstrom mit solchen von 5,5 mm Funkenstrecke bei Induktorbetrieb verglichen. Die Aufnahmen gaben für

$$\frac{(H_a/H_\beta)_{2600}}{(H_a/H_\beta)_{19000}} = 1,27.$$

In dem Zwischenintervall 4450—9945 hat Stark und Steubing

$$\frac{(H_a/H_\beta)_{4450}}{(H_a/H_\beta)_{9945}} = 1,48$$

gefunden. Nach meinen Versuchen sollte man also in diesem Intervall das Verhältnis ungefähr 1,09 gefunden haben. Etwa 80 Proz. von dem Effekte von Stark und Steubing sind also durch meine Versuche nicht erklärbar.

Der größte Teil des von Stark und Steubing gefundenen Effektes muß demnach irgendwie auf Umständen beruhen, die bei meinen Versuchen nicht vorhanden waren.

Daß der Unterschied in der Benutzung von Wechselstrom anstatt eines Induktors liegt, ist indessen nicht wahrscheinlich, denn ich habe unter sonst gleichen Umständen Strahlen

1) Vgl. (A) Fig. 1.

von Induktorium mit solchen von Gleichstrom verglichen und keinen Unterschied der Intensitätsverteilung entdecken können. Außerdem entsteht das Leuchten in kraftfreiem Raume, und ist gemessen, nachdem der stationäre Zustand der Strahlen erreicht ist, und es ist auch wenig wahrscheinlich, daß im stationären Zustand das Leuchten von der Vorgeschichte der Strahlen abhängt.

Stark findet meine Deutung mit Hilfe der Verschiebungseffekte (Änderung mit dem Verhältnis zwischen ruhender und bewegter Intensität) verwickelt und meint „man braucht indes auf die Verwickeltheit jener Deutung nicht näher einzugehen“. Ob Stark die Gesetze der Intensitätsänderungen verwickelt findet, so kann es darauf hier nicht ankommen. Denn die Wirkung der „Verschiebungseffekte“ auf die Intensitätsverteilung bei Queraufnahmen ist nicht als eine von mir aufgefundene besonders verwickelte Deutung anzusehen, sondern sie ist eine notwendige Folge der gefundenen Tatsachen und ist durch Gleichung (1) eindeutig bestimmt. Wenn bewegte und ruhende Intensität die gefundene verschiedene Verteilung besitzen, muß die Variation von f die von mir berechneten Änderungen bei Queraufnahmen hervorrufen.

Stark gibt zwei Schwärzungskurven, um nachzuweisen, daß für kleine Spannungen die ruhende Intensität im Verhältnis zur bewegten sehr klein ist. Dasselbe geht auch ohne weiteres aus meinen Beobachtungen über die f -Werte hervor, und ist natürlich bei meinem Versuche einer Deutung des von Stark und Steubing gefundenen Effektes in Betracht gezogen.

Stark macht weiter einige kritische Bemerkungen zu meinem Nachweis der Druckwirkung auf die Intensitätsverteilung des bewegten Spektrums. Er meint, daß selbst wenn die Entladungsspannung bei den beiden Drucken dieselbe wäre, so kann man nicht wissen, ob die beiden Strahlenbündel an der Anvisierungsstelle dieselbe Geschwindigkeitsverteilung besitzen; denn es wäre möglich, daß eine ursprünglich gleiche Verteilung durch selektive Absorption im Gase gestört wird.

Daß eine merkbare Absorption vorhanden ist und daß im ganzen genommen die Absorption mit der Druckerhöhung

wächst, ist wohl ziemlich sicher; aber wie die Versuche von Koenigsberger und Kutschewski¹⁾, Wagner²⁾ und Wilsar³⁾ gezeigt haben, ist die selektive Wirkung sehr gering und geht in einer derartigen Richtung, daß mit steigender Absorption das Bündel relativ mehr Strahlen der größeren Gasgeschwindigkeiten enthält. Stark dagegen nimmt an, daß das Strahlenbündel, das am wenigsten absorbiert ist, relativ reicher an größeren Geschwindigkeiten ist. Diese Annahme stimmt aber nicht mit Beobachtungen überein.

Übrigens hat diese Frage der Absorption mit dem Nachweis des Druckeffektes nur sehr wenig zu tun; denn durch die aufgenommenen Dopplerstreifen können wir uns in jedem einzelnen Falle über die Gleichheit oder Ungleichheit der Geschwindigkeitsverteilung ein Urteil bilden.

Betrachten wir die Kurven Fig. 6a (A, p. 142), so sehen wir, daß für die beiden niedrigsten Spannungen keine Änderung der Geschwindigkeitsverteilung mit dem Drucke zu beobachten ist. Bei diesen Aufnahmen waren die Schwärzungsverhältnisse der bewegten Intensität sehr geeignet für den Nachweis und die Bestimmung des Druckeffektes. Auch die Aufnahmen 2 und 3 Tab. VIII (A, p. 139) hatten in dieser Hinsicht die besten Schwärzungsbedingungen. Bei diesen Aufnahmen, wo bei derselben Spannung die Geschwindigkeitsverteilung keinen merklichen Unterschied zeigt, kann der sehr deutlich erkennbare Unterschied in Verteilung des bewegten Serienspektrums nur von dem Druckunterschied herrühren. *Durch diese Aufnahmen ist also der reine Druckeffekt erkannt und quantitativ bestimmt.*

Die Kritik von Stark stützt sich nur auf die Aufnahmen 1 und 6 Tab. X und er macht darauf aufmerksam, daß die Lichtverteilung in dem Dopplerstreifen auf eine verschiedene Geschwindigkeitsverteilung hinweist. Die Aufnahme bei dem geringsten Drucke zeigt etwas mehr von den größeren Geschwindigkeiten, und Stark meint, daß dieser Unterschied

1) J. Koenigsberger u. J. Kutschewski, Ann. d. Phys. 37. p. 167. 1912.

2) E. Wagner, Physik. Zeitschr. 7. p. 257. 1912.

3) H. Wilsar, Würzburger Dissert. 1912.

eine Wirkung selektiver Absorption sei. Wie wir gesehen haben, mußte aber eine mögliche Wirkung selektiver Absorption in umgekehrter Richtung gehen.

Man darf indessen auf diesen Unterschied der Verteilung nicht zu großes Gewicht legen, denn wie sowohl aus Figg. 6a und 6b hervorgeht, war die bewegte Intensität für Aufnahme 1 ($P_0 = 0,035$, F.-S. = 10 mm) zu schwach für eine genaue Intensitätsbestimmung; aber selbst wenn der Unterschied reell wäre, würde er keinen merkbaren Einfluß auf die Intensitätsverteilung des bewegten Spektrums haben können. Denn die Wirkung der verschiedenen Geschwindigkeitsverteilung beruht auf möglichen Änderungen von dem Verhältnisse der Einzelintensitäten H_α/H_β mit der Geschwindigkeit.

Wie wir später sehen werden, sind die Variationen von H_α/H_β für entsprechende Punkte der beiden Dopplerstreifen so klein, daß keine Variation in bestimmter Richtung nachzuweisen ist. Ich konnte aber für einen Augenblick zugeben, daß zwischen den Geschwindigkeiten $3,1 \cdot 10^7$ und $11,0 \cdot 10^7$ cm/sec ein Effekt von 20 Proz. existierte. Diese Änderung von H_α/H_β ist sicher zu groß. Man kann mit Hilfe dieses Ansatzes die beiden Aufnahmen auf gleiche Geschwindigkeitsverteilung reduzieren. Die Durchführung der Rechnung ergibt:

$$\frac{(H_\alpha/H_\beta)_{0,10}}{(H_\alpha/H_\beta)_{0,035}} \text{ ohne Korrektion} = 1,41,$$

$$\frac{(H_\alpha/H_\beta)_{0,10}}{(H_\alpha/H_\beta)_{0,035}} \text{ mit } ,, = 1,43.$$

Selbst angenommen, daß ein Geschwindigkeitseffekt von H_α/H_β existierte, wird der kleine Unterschied der Geschwindigkeitsverteilung keinen merkbaren Einfluß auf die Ausmessung des Druckeffektes haben.

Auf Grund dieser kleinen Verschiedenheit der zwei Aufnahmen in bezug auf Geschwindigkeitsverteilung meint Stark, daß ich nicht von meinen Versuchen auf einen reinen Druckeffekt schließen kann, und er sucht meinen Nachweis des Druckeffektes mit den Versuchen von Stark und Steubing zu identifizieren. Die Versuche von Stark und Steubing waren im Prinzip dieselben wie die ersten von mir gemachten,

wo Druck und Spannung gleichzeitig variierten. Hierdurch erhält man aber nur einen gemischten Effekt. Wie wir aber gesehen haben, ist durch meine Versuche die Existenz des reinen Druckeffektes einwandfrei nachgewiesen. Damit fällt die Möglichkeit einer solchen Identifizierung fort.

§ 5. Wir wollen jetzt zu der für die Starksche Auffassung der Kanalstrahlenemission wichtigen Frage übergehen: *Nimmt bei konstantem Drucke im Beobachtungsraum das Verhältnis H_α/H_β mit wachsender Geschwindigkeit ab?*

Stark hat aufgegeben, eine Begründung dieser Annahme in früheren Beobachtungen zu finden, will aber aus den von mir gemachten Messungen auf die Existenz eines solchen Effektes schließen. Zuerst betrachtet er die Spannungsvariation der gesamten bewegten Intensitäten. Stark gibt an, daß in einer meiner Versuchsreihen die Zahlen Schwankungen zeigen, die in der für die Starksche Auffassung günstigen Richtung gehen.¹⁾ Er gibt für H_α/H_β die folgenden Zahlen:

Tabelle I.

Funke	2	6	10	} H_α/H_β
$P_b = 0,100$	1,63	1,44	1,59	
$P_b = 0,035$	1,23	1,20	1,15	

Nur in der letzten Reihe ist eine regelmäßige Abnahme mit der Spannung vorhanden. Eigentlich beruht die Annahme Starks auch hier nur auf derselben schwachen Aufnahme (F.-S. = 10, $P_b = 0,035$), die ihm früher bei der Kritik des Druckeffektes gedient hat. Der große Wert des Druckeffektes (1,41) für die höchste Spannung deutet darauf hin, daß der Wert 1,15 für $(H_\alpha/H_\beta)_{0,035}^{\text{bew.}}$ zu klein ist. Aber selbst wenn kein Grund wäre, diesem kleinen Wert geringeres Gewicht zu geben, würde ich nach meiner Erfahrung über die Genauigkeit der photographischen Photometrie nicht wagen, aus den gefundenen Zahlen mit Stark zu einer Verminderung von H_α/H_β mit der Spannung zu schließen. Stark scheint auch nicht bemerkt

1) Vgl. J. Stark, Ann. d. Phys. 39. p. 1195. 1913.

zu haben, daß die in Tab. VII und VIII gegebenen Zahlen für $(H_\alpha/H_\beta)_{\text{bew.}}$ eine Änderung in *umgekehrter Richtung* zeigen.

Eine weitere Stütze für die Existenz eines Geschwindigkeitseffektes meint Stark in meinen Versuchen zu finden, indem er die Verhältnisse H_α/H_β der sogenannten Einzelintensitäten berechnet. Stark gibt jedoch selbst zu, daß man den Einzelwerten, wenigstens für die kleineren Intensitäten am Anfang und Ende des Streifens, keine große Genauigkeit zuschreiben kann. Damit bin ich ganz einverstanden, und ich muß hinzufügen, daß es für Untersuchungen dieser Art notwendig wäre, einen ziemlich engen Spalt zu benutzen, und man müßte jeden Streifen mehrmals durchphotometrieren; weiter müßte man den Dopplerstreifen relativ zur ruhenden Intensität genau orientieren.

Da meine Versuche auf andere Ziele gerichtet waren, sind keine von diesen Bedingungen eigentlich streng erfüllt gewesen.

Mit der bestmöglichen Orientierung habe ich die Verhältnisse der Einzelintensitäten für die in Fig. 6 gegebenen Aufnahmen berechnet, und die Resultate sind in Tab. 2 gegeben.

Tabelle 2.
Geschwindigkeit.

Spannung	4	6	8	10	$7,8 \cdot 10^6$ cm/sec
$P_\beta = 0,035$ { 10	0,85	0,80	0,75	0,84	H_β/H_α
6	0,77	0,70	0,75	0,77	
2	0,84	0,72	0,65	0,76	
Mittel	(0,82)	0,74	0,72	0,79	
$P_\beta = 0,100$ { 2	0,52	0,57	0,57	0,57	
6	0,72	0,66	0,60	0,66	H_β/H_α
10	(0,90)	0,68	0,58	0,59	
Mittel	0,71	0,64	0,58	0,61	

Wie wir sehen, ist das Verhältnis der Einzelintensitäten innerhalb des möglichen Fehlers von der Geschwindigkeit unabhängig. Nur die Zahlen der ersten Kolonne, die sehr kleinen

Schwärzungen entsprechen, sind gewöhnlich etwas größer als die anderen; die Variation aber geht in der für die Starksche Auffassung ungünstigen Richtung. Auch die von Stark berechneten Punkte (Figg. 4 und 5) — von ein paar Punkten, die kleinen Schwärzungen entsprechen, abgesehen — geben auch keinen Grund für die Annahme, daß H_β/H_α mit wachsender Geschwindigkeit zunimmt. Wenn wir die in Fig. 5¹⁾ gegebenen Punkte — von den gezogenen Kurven abgesehen — betrachten, so ist es wohl nicht möglich, daraus auf einen regelmäßigen Zuwachs von H_β/H_α zu schließen.

Über die Deutung der Verschiebungseffekte.

§ 6. Mit Hilfe des für die Kanalstrahlen eingeführten Stoßbegriffes (A, p. 157) können die beiden Verschiebungseffekte (Satz 8) folgendermaßen ausgedrückt werden:

„Der Bruchteil der gesamten Lichtenergie, der durchschnittlich bei jedem Stoß zu dem bewegten Träger übergeht, wird bei wachsender Geschwindigkeit kleiner, aber für dieselbe Spannung mit abnehmendem Drucke größer“ (A, p. 157). Gegen diese Ausdrucksweise wendet sich Stark und findet darin eine besondere Deutung der Resultate, und meint, die Richtigkeit beruht auf der Voraussetzung, „daß die ruhende Intensität proportional der Zahl der Strahlenträger ist, welche die Emission der bewegten Emission liefern.“

Von der Frage der Reinheit der Strahlen abgesehen, enthält der Satz eigentlich keine Deutung, er ist nur eine Ausdrucksweise der gefundenen Tatsachen mit Hilfe des Stoßbegriffes.²⁾

Vermöge dieses Stoßbegriffes wird jeder Strahl pro Längeneinheit seiner Bahn mit ruhenden Molekülen eine Anzahl Stöße (n) machen, die für Strahlengeschwindigkeiten, die im Vergleich zu der durchschnittlichen Geschwindigkeit der Temperaturbewegung groß sind, von der Strahlengeschwindigkeit unabhängig ist.

1) J. Stark, l. c. p. 1198.

2) Vgl. A, p. 157.

Die durchschnittlich pro Stoß zu Emission gebrachte ruhende Intensität (i) bzw. bewegte Intensität (j) wird:

$$(i) = k \frac{J}{nN}, \quad (j) = k \frac{\mathfrak{J}}{nN},$$

wo N die Anzahl Träger bedeutet, die in der Zeiteinheit einen Querschnitt durchfliegen. Der Bruchteil der gesamten Lichtenergie, der pro Stoß zu den bewegten Trägern übergeht, ist:

$$\frac{(j)}{(i) + (j)} = \frac{\mathfrak{J}}{J + \mathfrak{J}}.$$

J und \mathfrak{J} sind die auf der Platte gemessenen ruhenden bzw. bewegten Intensitäten. Und die Resultate ergeben, daß der Ausdruck rechts sowohl mit Vergrößerung vom Drucke als von der Spannung kleiner wird.

§ 7. Die Frage der Reinheit der Strahlen ist natürlich für die Untersuchung der Elementargesetze der Kanalstrahlerregung eine sehr wichtige. Denn wie Strasser¹⁾ gefunden hat, ändert sich das Verhältnis zwischen bewegter und ruhender Intensität mit der Reinheit. Wie Stark erwähnt hat, ist diese Änderung in Gemischen leicht verständlich. Denn, besteht das Strahlenbündel z. B. aus zwei Substanzen (Wasserstoff und Stickstoff), und werden die Strahlen in reinen Wasserstoff hineingeschossen, so wird die bewegte Intensität einer Wasserstoffserienlinie nur von den Wasserstoffstrahlen emittiert, während die ruhende Intensität von beiden Strahlengattungen gleichzeitig erzeugt wird.

Obwohl man sich leicht in dieser Weise die Existenz einer Verschiebung in Gasgemischen verständlich machen kann, so wird doch die quantitative Erklärung ziemlich kompliziert. Das Verhältnis ändert sich, sowohl mit Zusammensetzung der Strahlen als mit derjenigen der Gasfüllung und sollte je nach den Umständen *bald größer bald kleiner als normal werden können*.

Außerdem kann man nur die Verhältnisse bei Gemischen berechnen, wenn man die Elementargesetze der Lichterzeugung kennt. So werden sicher die von mir beobachteten Verschiebungseffekte und besonders der Druckeffekt für die Erklärung der Strasserschen Verschiebungen in Betracht kommen müssen.

1) B. Strasser, Ann. d. Phys. 31. p. 890. 1910.

Wenn Stark meint, daß es möglich wäre, den Spannungseffekt im Sinne der Strasserschen Effekte durch Schwankungen der Reinheit der Gasfüllung zu erklären, so ist eine solche Deutung meiner Versuche ganz ausgeschlossen.

Nach Stark konnte eine Verschiebung dadurch zustande kommen, daß die Gasfüllung bei gesteigerter Spannung mehr verunreinigt wurde, und er begründet die Möglichkeit bei den folgenden Umständen:

1. Die Stromführung sollte bei hoher Spannung größer als bei niedriger Spannung sein.

2. Er findet es bedenklich, daß die sekundliche Energie (E) der Strahlen in einigen meiner Versuche mit der Spannung zunahm, während nicht gleich regelmäßig ihre sekundliche Ladung S_p zunahm.

3. Er findet meine Kathodenanordnung für die Erreichung reiner Strahlen ungünstig.

Zu 1. ist zu bemerken, daß die Stromführung bei hoher Spannung im Vergleich zu der niedrigeren nicht größer ist, sondern bei meinen Versuchen ganz sicher kleiner; denn bei sonst gleicher Regulierung des Primärstroms wird bei niedriger Spannung ein viel größerer Bruchteil des ganzen Sekundärstroms für die Entladung nützlich als bei hoher Spannung, wo man in verschiedener Weise¹⁾ viel mehr Verluste hat.

In der Tat habe ich bei hoher Spannung auch mit ganz schwachem Betrieb des Induktoriums und schwachen Strahlen dieselbe Verschiebungsverhältnisse gefunden. Der Spannungseffekt ist also unter Umständen nachgewiesen, wo die Stromführung bei niedriger Spannung viel größer war als bei der höchsten Spannung.

Ich muß sagen, daß ich nicht verstehe, wie Stark darin ein Bedenken finden kann, daß unter Umständen S_p abnimmt, während E regelmäßig mit der Spannung wächst. Wir nehmen z. B. an, daß wir auf gleichen Ladestrom (S_p) für sämtliche Spannungen reguliert hätten. Für denselben Druck sollte annähernd S_p mit der Anzahl Strahlen, die pro Sekunde in den Faradaycylinder hineinfliegen, proportional sein, aber die

1) Z. B. durch Entladungen von den Zuleitungsdrähten und induzierte Ströme in den Rohrsystemen.

kinetische Energie E sollte dann für gleiche S_p annähernd proportional der Spannung wachsen. Bei meinen Versuchen war wohl die Strahlenstärke während einer Aufnahme konstant gehalten, aber es war nicht auf bestimmte absolute oder relative Strahlenstärken reguliert. Es ist dann wohl zu erwarten, daß unter Umständen die Strahlenstärken bei zwei Versuchen sich so verhalten, daß bei wachsender Spannung S_p abnimmt, während E zunimmt.

Wie aus den Kurven (A, p. 148, Fig. 8) hervorgeht, ändern sich mit der Spannung die Größen S_p und E *relativ zueinander ganz regelmäßig*.

Da Stark meine Kathodenanordnung ungünstig gefunden hat, dürfte eine nähere Besprechung meines Rohres nicht überflüssig sein.

Die beiden Stücke (Entladungsraum und Beobachtungsraum) wurden vor dem Einsetzen mit einer Lösung von bichromsaurem Kali und konz. Schwefelsäure gereinigt, mehrmals unter gleichzeitiger Benutzung der Wasserstrahlpumpe mit destilliertem Wasser gewaschen, und zuletzt durch Evakuieren und gelinde Erhitzung getrocknet. Die Kathode, die aus massivem Aluminium gemacht war¹⁾, wurde mit Benzin gereinigt.

Um Zwischenräume zwischen Kathode und Glaswand zu vermeiden, wurde ein dünnes ausgewalztes Aluminiumband um die Kathodenansätze gewickelt, bis die Kathode gerade in die Röhrenenden eingepreßt werden konnte. Erst wenn die beiden Röhren in ihrer Stellung eingepreßt waren, wurden Kathode und Glasenden gelinde erwärmt bis zum Kleben des Siegellacks, und die engen Spalten zwischen den Röhrenenden und dem dicken Ring der Kathode (vgl. A, p. 136, Fig. 4) wurden mit ganz wenig Siegellack geschlossen.

Wird dieses Verfahren sorgfältig ausgeführt, so ist eine Entladung in der nächsten Umgebung des Siegellacks nicht zu befürchten.

In der Tat waren keine Spuren von Entladung zwischen Kathode und Rohr zu beobachten, und ich habe diese Form der Kathodenanordnung sehr bequem und sicher gefunden, und

1) Verunreinigung durch Zerstäubung ist deshalb ausgeschlossen.

sie ist in Fällen zu empfehlen, wo man mit Druckunterschieden zwischen Entladungsraum und Beobachtungsraum arbeitet.

Bei den benutzten hohen Spannungen wurde die Kathode durch die Entladung nicht heiß. Die größte Wärmewirkung war am anderen Ende des Entladungsraumes, wo die Kathodenstrahlen gebremst wurden. Als Sicherheitsmaßregel wurde die Kathode während der Entladung mittels einer Wassertropfvorrichtung gekühlt.

Die Behauptung Starks, daß der Verschiebungseffekt bei Spannung durch Schwankungen der Reinheit entsteht, muß als grundlos zurückgewiesen werden.

In der Tat zeigten die Strahlen ein reines Wasserstoffspektrum, was aus den gemachten Aufnahmen hervorgeht. Ein gutes Kennzeichen der Reinheit hat man auch in der hell rötlichen Färbung der Wasserstoffstrahlen. Kleine Spuren von Verunreinigungen lassen sich an der Farbeänderung sofort erkennen.

Wäre der Spannungseffekt durch Verunreinigungen verursacht, so mußte man erwarten, daß er in den verschiedenen Versuchen große Schwankungen zeigt; aber wie aus den Zahlen hervorgeht, ist der Effekt bei verschiedenen Röhren, die in verschiedener Weise mit Gasreservoir und Pumpe verbunden waren, gefunden.

Für die beiden Drucke (0,100 und 0,035), die ungefähr dieselbe Spannungsverschiebung gaben, wurden bei dem symmetrischen Rohre verschiedene Entladungsräume benutzt, und bei dem letzten Rohre (A, Fig. 4) wurde die Durchströmungsrichtung umgekehrt.

Bei dem geringeren Drucke wurde am Beobachtungsraum gepumpt und mögliche Verunreinigungen werden auch im Beobachtungsraum vorhanden sein. Bei dem höheren Drucke dagegen können Schwankungen der Reinheit nur in den Strahlen selbst vorhanden sein. Wäre der Spannungseffekt durch Verunreinigungen zu erklären, so müßte man verschiedene Effekte bei den beiden Drucken erwarten. Wir müssen auch bedenken, daß die Gasfüllung bei der Durchströmung stets erneuert wurde, und bei dem Drucke 0,100 war die in der Zeiteinheit durchströmende Menge *am größten bei der höchsten Spannung*. Es wurde bei höchster Spannung mit maximalem

Betrieb der Gaedepumpe reguliert, während bei der geringsten Spannung äußerst langsam gepumpt wurde.

Die Unveränderlichkeit des gefundenen Spannungseffektes, den vielen Änderungen der Versuchsbedingungen gegenüber, macht es unmöglich, die großen beobachteten Wirkungen den möglichen Spuren von Verunreinigungen zuzuschreiben. Einen Effekt von etwa 500 Proz. durch kleine, nicht nachweisbare und auch nicht wahrscheinliche Schwankungen der Reinheit zu erklären, ist unmöglich.

Auch die Betrachtung der gegenseitigen Lage von ruhender und bewegter Intensität zeigt einen sehr charakteristischen Unterschied zwischen Strassers und meinem Verschiebungseffekt. Die Abnahme der bewegten Intensität bei Verunreinigungen war in den Strasserschen Versuchen überall von einer mangelhaften Trennung zwischen bewegter und ruhender Intensität begleitet.¹⁾ Bei meinen Versuchen dagegen ist im Falle der *relativ geringsten bewegten Intensität die Trennung am besten*.

Eigentlich ist diese Beweisführung ziemlich überflüssig. Die Effekte sind sehr groß, und man kann sich von ihrer Realität leicht überzeugen.

Deutung der Lichtemission durch Vergleich mit Energie und mitgeführter Elektrizitätsmenge.

§ 7. Ursprünglich waren die Strommessungen von der Voraussetzung gemacht, daß sie für die Erklärung der Verschiebungseffekte brauchbar sein würden. Es zeigte sich indessen, daß die Vergleichung mit der Energie der Kanalstrahlen zweckmäßiger ist.

Für die ruhende Intensität gab die Energiegleichung eine vollständige Deutung ohne Einführung von unbestimmten Funktionen. Auch im Falle der bewegten Intensität habe ich die Deutung ohne Einführung des Ladungsstromes vorgezogen, denn erstens finde ich die experimentelle Bestimmung der Energie mehr zuverlässig, zweitens läßt sich die Energie viel einfacher aus den Strahlenelementen zusammensetzen als die Stromführung.

1) B. Strasser, Ann. d. Phys. 31. p. 890. 1910.

Wie bekannt, ist der Ladungsstrom nur als die algebraische Summe mehrerer Quantitäten zu betrachten. Führt jeder geladene Strahl eine Ladung e , so bekommt man:

$$(5) \quad S_p = N \cdot e \frac{\alpha - \beta}{1 + \alpha + \beta}.$$

α ist das Verhältnis zwischen positiven zu neutralen,

β ist das Verhältnis zwischen negativen zu neutralen.

Über die Variation von α und β mit Druck und Spannung unter den vorhandenen Umständen wissen wir bis jetzt nur wenig. Ich habe nachgewiesen, daß der Ausdruck $\alpha - \beta / 1 + \alpha + \beta$ sich ganz bedeutend mit dem Drucke ändert.¹⁾ Da α groß ist gegenüber β , darf man wohl annehmen, daß die Variation größtenteils von einer Variation von α herrühre, was mit den früheren Beobachtungen von W. Wien²⁾ übereinstimmt.

Für die Messungen bei konstantem Druck und verschiedener Spannung bekommt man nur die Beziehung³⁾:

$$(6) \quad \frac{\alpha - \beta}{1 + \alpha + \beta} = k \frac{S_p}{E} \cdot V \cdot \varepsilon.$$

k ist ein Proportionalitätsfaktor und die Werte von $S_p/E \cdot V$ für die Aufnahmen in Fig. 6 sind in Tab. 3 gegeben.

Tabelle 3.

$$\frac{S_p}{E} \cdot V.$$

Funkenstrecke	$P_0 = 0,100$	$P_0 = 0,035$
2	3,1	1,08
6	4,9	1,50
10	5,5	1,06

1) Vgl. A, p. 148, Fig. 8 b.

2) W. Wien, Ann. d. Phys. 30. p. 355. 1909.

3) Wir gehen von der Gleichung:

$$E = k N \cdot e V$$

aus und den Wert für N finden wir aus Gleichung (5).

Für den niedrigsten Druck ist $S_p/E \cdot V$ annähernd von der Spannung unabhängig und $\alpha - \beta/1 + \alpha + \beta$ und ϵ müssen in derselben Weise mit der Spannung variieren. Diese Tatsache deutet darauf hin, daß bei geringerem Drucke sowohl $\alpha - \beta/1 + \alpha + \beta$ als ϵ von der Spannung unabhängig ist.

Meine Deutung der bewegten Intensität bei verschiedenen Spannungen beruht auf der Annahme, daß ϵ mit der Spannung nicht größer wird. Die von Stark¹⁾ vorgeschlagene Deutung beruht auf der Annahme, daß S_p proportional mit N für sämtliche Spannungen, oder daß $\alpha - \beta/1 + \alpha + \beta$ von der Spannung unabhängig ist.

Meine Voraussetzung ist wohl sicher richtig, die von Stark gemachte nur mit einer gewissen Annäherung. Aus Tab. 3 und der Relation (6) folgt, daß, wenn die von Stark gemachte Annahme richtig wäre, auch meine Voraussetzung erfüllt sein mußte. Die Starksche Annahme kann doch nur höchstens für den niedrigsten Druck stattfinden, denn ϵ hängt nur von den Bedingungen im Entladungsraume ab, muß also für dieselbe Spannung von P_b unabhängig sein. Die Variation von S_p/E mit der Spannung bei dem Drucke $P_b = 0,100$ muß eine Variation von $\alpha - \beta/1 + \alpha + \beta$ zur Folge haben.

Die Starksche Annahme führt zu der Gleichung²⁾:

$$(7) \quad \bar{j}' = k_b' \frac{S_p}{S_p}.$$

Vergleicht man Gleichungen (7) und (3):

$$\frac{\bar{j}/\epsilon}{\bar{j}'} = k_b'' \frac{S_p}{E} \cdot V.$$

Aus den Werten von $S_p/E \cdot V$ (Tab. 3) sehen wir, daß die beiden Interpretationen keinen wesentlichen Unterschied in bezug auf die Variation der Lichtemission mit der Spannung geben. Für die von mir gezogene Folgerung, daß \bar{j} mit Erhöhung der Spannung abnimmt, ist die Starksche Deutung sogar etwas günstiger.

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 39. p. 1189. 1913.

2) Vgl. A, p. 150, Gleichung (10).

Für die durchschnittlich pro Träger emittierte bewegte Intensität (c) findet Stark

$$c = \frac{E^{1/2}}{S_p^{1/2}} \mathfrak{S}.$$

Der Unterschied zwischen Gleichung (7) und dieser komplizierteren Gleichung hat seinen Grund in einer verschiedenen Definition der Intensität. Stark rechnet mit *Lichtemission pro Zeiteinheit, ich habe überall die Lichtemission pro Längeneinheit der Strahlenbahn benutzt.*

Starks Kritik meiner Deutung beruht darauf, daß er diesen Unterschied der Intensitätsdefinitionen nicht bemerkt hat. Diese beiden Intensitäten sind in folgender Weise verbunden:

$$(7) \quad \bar{j} = \frac{c}{v_m}.$$

v_m ist die durchschnittliche Geschwindigkeit der Strahlen. Diese Relation erklärt sofort die folgende Bemerkung von Stark: „Wie ohne weiteres einzusehen ist, nimmt selbst bei konstanter Intensität der Emission die in das Gesichtsfeld während des Durchganges entsandte Energiemenge mit zunehmender Geschwindigkeit der bewegten Träger der Emission ab.“¹⁾ Dasselbe geht ohne weiteres aus der Relation (7) hervor, denn für konstante Intensität c wird \bar{j} mit wachsendem v_m kleiner.

Wenn man von der Intensität pro Längeneinheit zu Intensität pro Zeiteinheit übergeht, kann man entweder mit Stark den Wert von v_m mit Hilfe des Ladungsstromes berechnen und

$$v_m \text{ proportional } \sqrt{\frac{E}{S_p}}$$

setzen, oder man konnte die Gleichung der elektrischen Arbeit benutzen, wodurch v_m proportional $\sqrt{V \cdot e}$ ist.

Die von Stark berechneten Werte von c ²⁾ zeigen, daß auch die durchschnittliche Lichtemission pro Zeiteinheit mit wachsender Spannung abnimmt. Aus Tab. IX meiner vorigen Arbeit findet man dennoch die folgenden Zahlen:

1) J. Stark, l. c. p. 1188.

2) J. Stark, l. c. p. 1189, Tab. 1.

Tabelle 4.

P_b	Funke	$\frac{E^{1/2}}{S_p^{1/2}} \cdot \mathfrak{S}_\beta = c_\beta$
0,100	10	2,4
	2	3,2
0,035	2	19,1
	10	17,4

Auch diese Zahlen zeigen eine Abnahme von c mit wachsender durchschnittlicher Geschwindigkeit. Benutzt man die andere Deutungsweise, so bekommt man:

$$c = \varepsilon^{1/2} \frac{\mathfrak{S}}{E} V^{1/2}.$$

Tabelle 5.

Funkenstrecke	$P_b = 0,100$	$P_b = 0,035$	
2	34	20,5	$\left\} \frac{V^{1/2}}{E} \cdot \mathfrak{S} \right.$
6	39	30	
10	38	21	

Die mittels dieser Gleichung berechneten Zahlen (Tab. 5) zeigen, daß $c/\varepsilon^{1/2}$ keine bestimmte Spannungsvariation hat. Da ε wohl wahrscheinlich mit der Spannung etwas abnimmt, spricht auch dieses Resultat für eine Abnahme von c mit Erhöhung der Spannung.

Wenigstens wird c mit durchschnittlicher Geschwindigkeit nicht größer. Es kann deshalb als sicher festgestellt angesehen werden, daß das Emissionsvermögen der Strahlen in bezug auf ihre kinetische Energie ganz anders variiert, als die normale Strahlung der Temperatur gegenüber.

Was die Wahl der Intensitätsdefinition betrifft, so glaube ich, daß die Intensität pro Längeneinheit für die meisten Zwecke die einfachere ist. Für die ruhende Intensität ist sie wohl zweifellos die natürlichere, und auch für bewegte Intensität führt sie zu viel einfacheren Gleichungen, als die Benutzung der Intensität pro Zeiteinheit.

In dem Verhalten der α -Strahlen habe ich keine Stütze meiner Resultate erblickt. Ich habe nur eine mögliche Erklärung des Übergewichts an ruhender Intensität bei der α -Strahlenemission angeben wollen, indem meine Versuche zeigen, daß ein solches Verhalten wegen der großen Geschwindigkeit der α -Strahlen zu erwarten ist.

Das Resultat der obigen Überlegungen können wir kurz folgendermaßen ausdrücken.

1. Die von Stark und Steubing beobachtete Verschiebung des Verhältnisses H_α/H_β ist noch unerklärt. Die von mir beobachteten Effekte und Beziehungen können nur einen kleinen Bruchteil des Effektes erklären.

2. Der von mir gefundene Druckeffekt bei der Intensitätsverteilung des Serienspektrums ist durch meine Versuche als reiner Druckeffekt erkannt.

3. Die bewegte Intensität — im ganzen genommen — zeigt keine durch meine Versuche nachweisbare Veränderung der Intensitätsverteilung mit der Spannung.

4. Meine Versuche geben auch keine Stütze für die Annahme, daß innerhalb zweier Dopplerstreifen desselben Spektrums die Verhältnisse H_β/H_α der entsprechenden Einzelintensitäten mit wachsender Geschwindigkeit größer werden.

5. Die Verschiebungseffekte (Variation von f) sind nicht im Sinne der Strasserschen Verschiebungen durch Verunreinigungen zu erklären, sondern sie entsprechen Eigenschaften der reinen Wasserstoffstrahlen.

6. Starks Kritik meiner Resultate betreffs der Abhängigkeit des Leuchtens von der Geschwindigkeit gründet sich wesentlich darauf, daß er mit einem anderen Intensitätsbegriffe operiert.

7. Die von Stark vorgeschlagene Deutung mit Hilfe des Ladungsstromes ist weniger zuverlässig, als die von mir benutzte, wo nur die Strahlenenergie angewandt ist. Die beiden Deutungen stimmen jedoch gut überein.

Christiania, Januar 1913.

(Eingegangen 25. Januar 1913.)

7. Bemerkung
zu vorstehender Arbeit des Hrn. L. Vegard;
von J. Stark.

Hr. Vegard hat mir durch Übersendung der Korrekturbogen seiner vorstehenden Abhandlung in dankenswerter Weise Gelegenheit gegeben, sofort zu ihr Stellung zu nehmen. Ich beschränke mich den Ausführungen des Hrn. Vegard gegenüber auf folgende Bemerkung.

Soweit die von Hrn. Vegard gegebene Diskussion experimenteller Resultate von der von mir gegebenen abweicht, habe ich mich von der Richtigkeit der von Hrn. Vegard zugunsten seines Standpunktes vorgebrachten Gründe nicht überzeugen können. Ich halte vielmehr an der von mir vertretenen Auffassung¹⁾ fest. Allerdings gebe ich zu, daß ein mit den Einzelheiten der diskutierten Erscheinungen nicht vertrauter Fachgenosse Schwierigkeiten bei einer Entscheidung zwischen den zwei Auffassungen haben wird, weil sowohl meine wie Hrn. Vegards Methoden verwickelt und vor allem die Dispersion der benutzten Spektrographen unzureichend war. Um auch den Fernerstehenden zu ermöglichen, selbst eine Entscheidung zu treffen, habe ich auf Grund kürzlich gewonnener ausgedehnter Erfahrungen über Kanalstrahlen neue Beobachtungen mit Hilfe großer Dispersion vorbereitet, welche die Intensitätsverteilung im Kanalstrahlenspektrum zum Gegenstand haben.

Aachen, Physik. Inst. d. Techn. Hochschule, 8. März 1913.

1) J. Stark, Ann. d. Phys. 39. p. 1185. 1913.

(Eingegangen 12. März 1913.)

**8. Zur Theorie des Regenbogens an Kugeln
von 1 bis 10 Lichtwellenlängen Durchmesser¹⁾;
von Willy Möbius.**

Einleitung.

Die Zerstreuung parallelen Lichtes durch eine durchsichtige, nicht absorbierende Kugel vom Durchmesser $2r$ kann, wenn $2r$ klein gegen die Lichtwellenlänge λ ist, nach der Rayleighschen Theorie der Beugung des Lichtes an so kleinen Teilchen berechnet werden. Diese Methode läßt sich auch dann noch anwenden, wenn $2r$ und λ von derselben Größenordnung sind.²⁾ Lord Rayleigh hat die Berechnung bis aufwärts zu $2\pi r = 2\lambda$ (rund $2r = \lambda$) durchgeführt. Er fügt hinzu, man könne auch noch weiter kommen, aber die Zahlenrechnung würde bald schwierig werden.

Ist andererseits $2r$ groß gegen λ , so besteht die Erscheinung im wesentlichen aus einer unendlichen Reihe von Systemen von Beugungsstreifen, deren Helligkeit von System zu System rasch abnimmt und deren Lage und Helligkeit nach der Theorie des Regenbogens berechnet werden kann. Hier scheint die allgemeine Methode³⁾, welche unmittelbar von Differentialgleichungen und Grenzbedingungen ausgeht, auch auf rechnerische Schwierigkeiten zu stoßen. Wendet man das Huygenssche Prinzip an, so erhält man jedes Streifensystem für sich, und das genügt auch, da sie im wesentlichen räumlich getrennt sind. Wenn es nur auf die *Lage* der Streifen ankommt, so führt die Mascartsche Methode⁴⁾ rasch und ohne jede Integration zum Ziele.

1) Auszug aus der gleichnamigen Abhandlung in den Preisschriften der Fürstlich Jablonowskischen Gesellschaft zu Leipzig. Nr. 42. p. 1—31. 1912. Bei B. G. Teubner.

2) Lord Rayleigh, *Proc. Roy. Soc. London* 84. p. 25. 1910.

3) P. Debye, *Phys. Zeitschr.* 9. p. 775. 1908.

4) E. Mascart, *Traité d'Optique* 1. p. 398. 1889; 3. p. 434. 1893.

Wenn endlich $2r$ weder groß noch klein gegen λ ist, sondern von einer Größenordnung, welche nur noch wenige oder gar keine Streifen mehr hergibt, so reicht die Mascart'sche Methode zu einer eingehenderen Vergleichung mit Beobachtungsergebnissen nicht mehr aus. Wenn man daher von der erwähnten allgemeineren Methode absieht, deren Durchführung von anderer Seite in Aussicht gestellt ist¹⁾, so bleibt das Huygenssche Prinzip allein übrig. Es ist nun zu vermuten, daß die Lage der Streifen dann noch annähernd richtig herauskommt, wenn nur zwei Streifen auftreten.²⁾ In diesem Falle müßte für Wassertropfen ungefähr $2r = 10\lambda$ sein.³⁾ Für das Gebiet von $2r = \lambda$ bis $2r = 10\lambda$ scheint noch keine Berechnung der Lichtzerstreuung vorzuliegen.

In diesem Gebiete überdecken sich aber die verschiedenen Intensitätskurven (von Streifensystemen kann hier kaum noch gesprochen werden) so merklich, daß ihre getrennte Beobachtung nicht mehr möglich ist. Für eine eingehendere Vergleichung von Theorie und Beobachtung ist daher die Zusammenfassung der verschiedenen Intensitätskurven auch in der Rechnung nötig. In der vorliegenden Arbeit wird die Rechnung nur für die Intensitätskurve erster Ordnung durchgeführt, welche einer einmaligen Reflexion des Lichtes im Innern der Kugel entspricht und bei größeren Kugeln den gewöhnlichen Regenbogen darstellen würde. Schon hierzu ist eine umfangreiche Zahlenrechnung nötig. Die Fortführung der Arbeit zur Berechnung der gesamten Lichtzerstreuung ist dem Verfasser von anderer Seite in Aussicht gestellt worden.

Das Problem enthält sechs Parameter, nämlich außer r , λ und der Ordnungszahl des Streifensystems noch das Brechungsverhältnis n , einen Beobachtungswinkel N und einen Winkel φ , welcher die Schwingungsrichtung des auf die Kugel fallenden linear polarisierten Lichtes angibt. Die Ordnungszahl des Streifensystems ist also Eins. Der Winkel φ kommt nur vor dem Integralzeichen vor, ebenso auch r , außer in der Ver-

1) P. Debye, Ann. d. Phys. 30. p. 61. 1909.

2) W. Möbius, Ann. d. Phys. 33. p. 79. 1910.

3) W. Möbius, Abh. d. Math.-Phys. Klasse der Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. 30. p. 248. 1907.

bindung $r:\lambda$. Für n genügt es, einen einzigen Wert auszuwählen, da ja auch die Beobachtung dem angepaßt werden kann. Es bleiben also als veränderliche Parameter unter dem Integralzeichen die Größen $r:\lambda$ und N .

Integration in geschlossener Form erscheint bei der verwickelten Zusammensetzung aller Ausdrücke ausgeschlossen. Auch brauchbare Reihenentwickelungen nach $r:\lambda$ und N haben sich nicht finden lassen. Es blieb daher weiter nichts übrig, als die Lichtstärke J im Beobachtungspunkte P für ausgewählte Werte von $r:\lambda$ und N zahlenmäßig zu berechnen, welche so dicht lagen, daß die Kurven $J(r:\lambda)$ und $J(N)$ mit hinreichender Sicherheit gezeichnet werden konnten.

Aufstellung der Integrale.

Gegeben ist eine durchsichtige, nicht absorbierende Kugel, ein paralleles, homogenes, linear polarisiertes Lichtstrahlenbündel und ein Beobachtungspunkt P . Die durch P , Kugelmittelpunkt und Richtung des einfallenden Lichtes gelegte Ebene ist die Beobachtungsebene. Das einfallende Licht wird zerlegt in zwei Komponenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene. Beide Komponenten werden in verschiedenem Grade nach den bekannten Fresnelschen Formeln beim Eintritt, bei der Reflexion im Innern der Kugel und beim Wiederaustreten geschwächt. Dazu kommt noch die Veränderung, welche dem Verhältnis der Flächenelemente der eintretenden und der austretenden Wellenfläche entspricht.

Um die Wirkung des austretenden Lichtes auf den Beobachtungspunkt P nach dem Huygens-Fresnelschen Prinzip zu berechnen, kann man alle Lichtvektoren, zwei in jedem Punkte der Wellenfläche, in drei Komponenten nach festen Richtungen zerlegen und für jede solche Richtung über die ganze Wellenfläche integrieren. Die aus den resultierenden Komponenten erhaltenen drei Teillichtstärken können dann addiert werden. Wählt man zu festen Richtungen die Senkrechte zur Beobachtungsebene (y) und in der Beobachtungsebene die Richtung senkrecht (x) und parallel zur Beobachtungsrichtung (P soll sehr weit von der Kugel entfernt sein), so braucht die letzte Komponente nicht berechnet zu werden.

Die Ausdrücke, welche sich für die beiden übrigen Komponenten der Schwingungsamplitude der austretenden Lichtwelle ergeben, sind mehrgliedrig in bezug auf Kreisfunktionen des Winkels ω zwischen Einfallswinkel und Beobachtungsebene. Jede der beiden resultierenden Komponenten ist dann die Quadratsumme zweier über die ganze Wellenfläche erstreckten Doppelintegrale, deren jedes mehrere Glieder in ω aufweist. Integrationsveränderliche sind ω und der Einfallswinkel ϵ . Die Integrale waren ihrer Form nach vom Verfasser schon an anderer Stelle abgeleitet worden.¹⁾ Nur die Zerlegung in Komponenten war dort nicht nötig gewesen.

Die Integrationen nach ω sind ausführbar und führen auf Zylinderfunktionen erster Art mit dem Argumente

$$v = -(2\pi : \lambda) \eta \sin N.$$

η ist eine Koordinate der Wellenfläche und in verwickelter Form abhängig vom Einfallswinkel ϵ und zugehörigen Brechungswinkel β und proportional r . Die Faktoren der Zylinderfunktionen sind, außer dem \sin oder \cos einer ähnlich wie v gebauten Größe, äußerst verwickelte Funktionen von ϵ , β und N , so daß die Ausführung der Integration nach ϵ nur unter Einführung numerischer Werte der Parameter $r : \lambda$ und N möglich wird.

Auswahl der Werte von $2\pi r : \lambda$ und von N .

Zunächst wurde $n = 1,33352$ und $\lambda = 0,0005893$ mm gesetzt, was den Verhältnissen des Wassers bei Zimmertemperatur entspricht. Um nun für die auszuwählenden Werte von $2\pi r : \lambda$ und N geeignete Intervalle zu finden, wurde auf Grund der Mascartschen Methode ausgerechnet²⁾, daß die Kugel für $2\pi r : \lambda = 35$ annäherungsweise eben noch den zweiten hellen Streifen liefern würde. Das ist zufolge der Einleitung die obere Grenze des hier zu bearbeitenden Gebietes. Die untere war ungefähr $2\pi r : \lambda = 3$. Wenn daher der Reihe nach $2\pi r : \lambda = 3, 6, 9 \dots 36$ gesetzt wurde, so konnte man hoffen, die Kurven $J(2\pi r : \lambda)$ in dem erwähnten Gebiete mit

1) W. Möbius, Abh. usw. p. 125; Ann. d. Phys. 33. p. 1493. 1910.

2) W. Möbius, Abh. usw. p. 248.

ausreichender Genauigkeit zeichnen zu können. Die drei letzten Werte wurden zunächst weggelassen, weil die vorliegenden Tafeln der Zylinderfunktionen nicht ausreichten. Die fertige Rechnung zeigte, daß sie auch weiterhin entbehrt werden konnten. Dagegen wurden noch die Werte $2\pi r:\lambda = 1$ und $= 2$ hinzugenommen zur späteren Vergleichung mit den Berechnungen Lord Rayleighs.¹⁾ Wenn daher

$$2\pi r:3\lambda = q$$

gesetzt wird, so sind die ausgewählten Werte $q = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 2, 3 \dots 9$. Die Durchmesser $2r$ liegen also ungefähr zwischen 0,0002 und 0,005 mm.

Für N wurden die Werte $\sin N = 0,0, 0,1, 0,2, \dots 0,8, 1,0$ ausgewählt. Der Wert 0,9 wurde weggelassen, weil zwischen 0,8 und 1,0 nur noch eine stetige Abnahme von J , ohne Schwankungen, zu erwarten war.

Berechnung der Integrale.

Hierauf näher einzugehen, ist nur an der Hand der Formeln möglich, diese aber hier anzuführen, hätte bei ihrer verwickelten Zusammensetzung ohne Wiedergabe ihrer Herleitung auch wenig Zweck. Es wird also in dieser Beziehung auf die Originalarbeit verwiesen. Nur folgendes möge hier erwähnt werden. Zu jeder Kombination von q und $\sin N$ waren vier (vgl. p. 739) Integrationskurven zu zeichnen und planimetrisch auszumessen. Es waren also im ganzen mehr als 400 Kurven. Die Anzahl der Punkte, aus denen jede gezeichnet wurde, entsprach ihrer mehr oder weniger verwickelten Form und lag zwischen 13 und 46. Im ganzen waren es fast 10000 Punkte, und die Tabellen, in denen ihre Berechnung ausgeführt wurde, umfaßten rund 800000 Ziffern. Dies möge nur den Umfang der Rechenarbeit andeuten. Fast alle Rechnungen wurden nur einmal ausgeführt, aber durch Stetigkeit der Zahlen und später der Kurven geprüft und verbessert. Die Genauigkeit der Planimettermessungen beträgt etwa $\frac{1}{2}$ Proz., also für die Intensitäten, als Quadratsummen von Integralen, 1 Proz.

1) Vgl. p. 736 Anm. 2.

Graphische Darstellung der Ergebnisse.

Die Lichtstärke im Beobachtungspunkte P im Verhältnis zur Stärke des einfallenden Lichtes sei J . Sind J_x und J_y die beiden Komponenten in und senkrecht zur Beobachtungsebene (vgl. p. 738), so ist

$$J = J_x + J_y.$$

Die in Fig. 1 wiedergegebenen Kurven stellen die Werte

$$J_x'' = 10^9 J_x p^2 : \cos^2 \varphi,$$

$$J_y'' = 10^9 J_y p^2 : \sin^2 \varphi$$

dar. φ ist auf p. 737 erklärt, p ist die Entfernung des Punktes P von der der Rechnung zugrunde gelegten Wellenfläche, welche in der Nähe des Kugelmittelpunktes liegt.¹⁾

Bei den vier ersten Kurven der Fig. 1, für $q = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 2$, ist für die Ordinaten wegen deren Kleinheit ein anderer Maßstab genommen. Die senkrechte Linie bei $\sin N = 0,669$ bezeichnet die Lage des (kartesischen) „geometrischen Bogens“, d. h. des Strahles extremer Ablenkung im Sinne der geometrischen Optik. Bei den größeren Werten von q reichen, wie man sieht, die berechneten Punkte nicht aus, um die Kurven in allen Einzelheiten sicher zu zeichnen. Aber die Lage der Maxima und Minima ist doch ziemlich sichergestellt.

In Fig. 2 sind die Werte

$$J_n = \frac{1}{2}(J''_x + J''_y)$$

wiedergegeben. Sie zeigen, was man bei einfallendem natürlichen Lichte beobachten würde, in demselben Maßstabe wie die Kurven der Fig. 1, also in Einheiten, welche gleich dem $10^9 p^2$ ten Teile des einfallenden Lichtes sind. Das austretende Licht ist teilweise polarisiert. Der Unterschied der Ordinaten in Fig. 1 gibt den Anteil des polarisierten Lichtes an. Da die Maxima und Minima beider Komponenten, wie man sieht, zueinander ungefähr komplementär liegen, so folgt, daß das austretende Licht an den Stellen der Maxima und Minima jeder Komponente nahezu völlig linear polarisiert ist. Dazwischen gibt es immer eine neutrale Stelle, welche von Polarisation frei ist.

1) W. Möbius, Abh. usw. p. 116.

Kurven $\begin{cases} J_x''(N) \text{ ausgezogen} \\ J_y''(N) \text{ gestrichelt} \end{cases}$

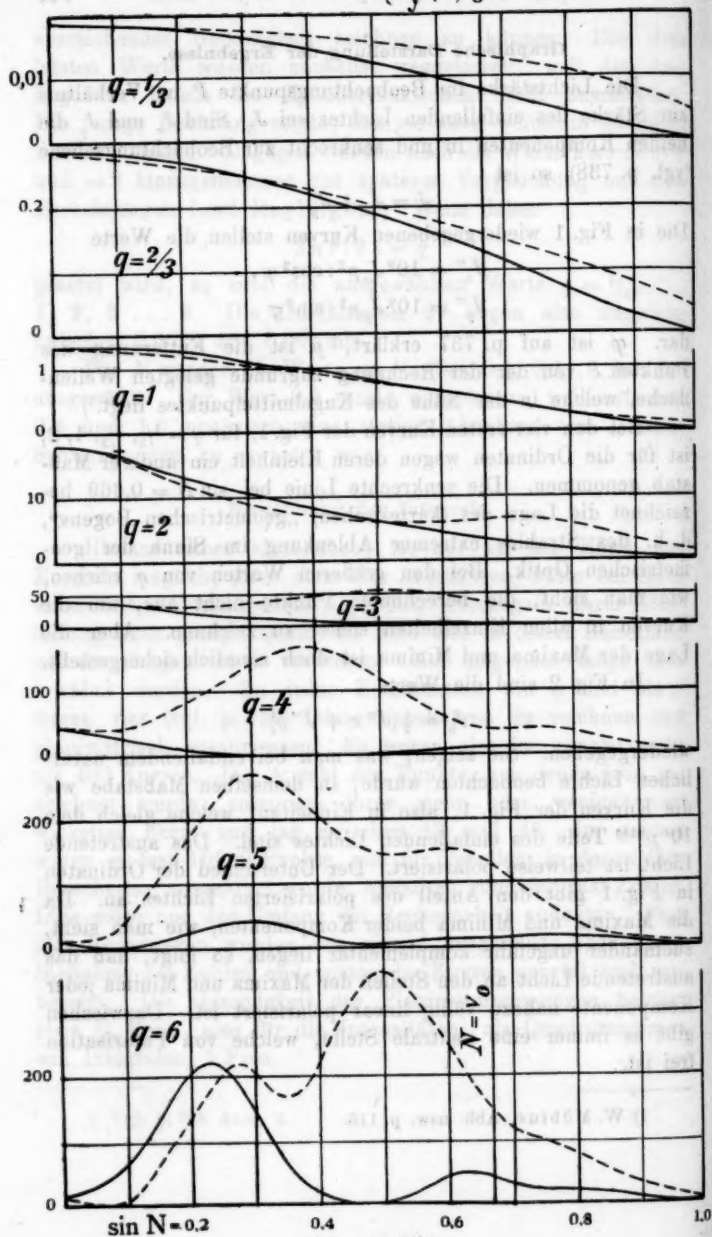


Fig. 1 (I. Teil).

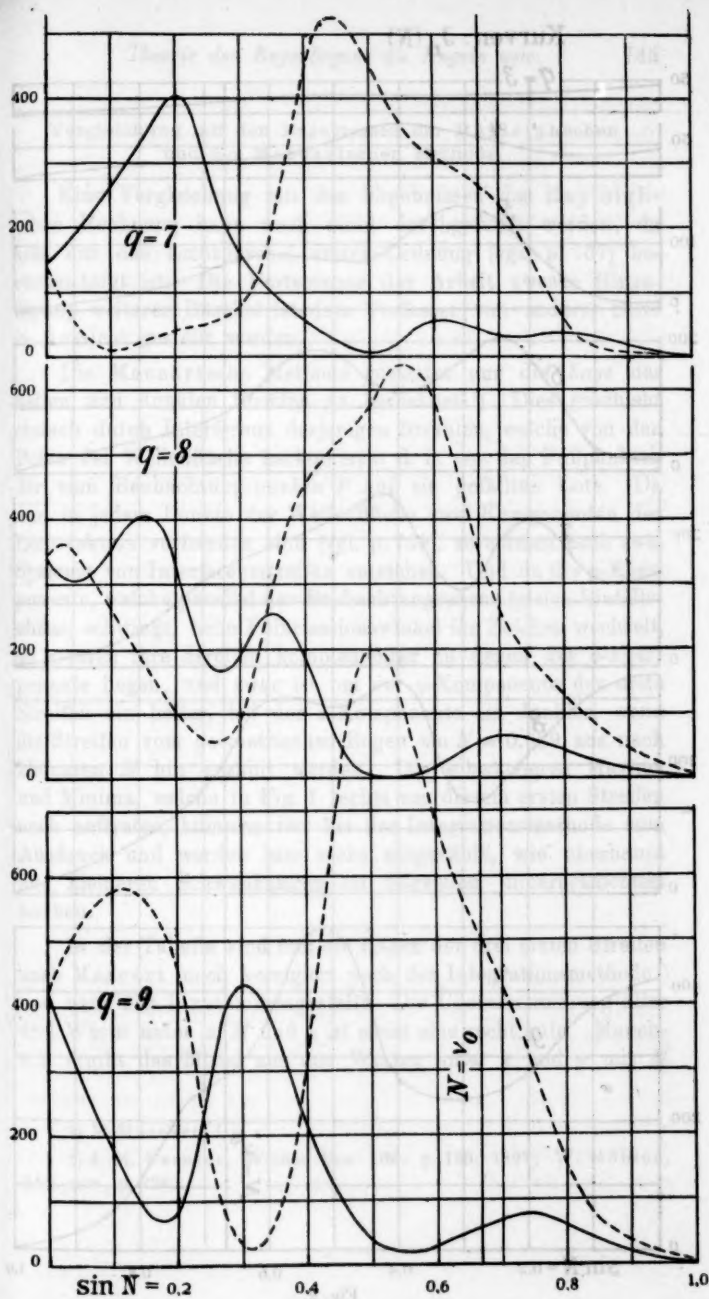


Fig. 1 (II. Teil).

Kurven: $J_n(N)$

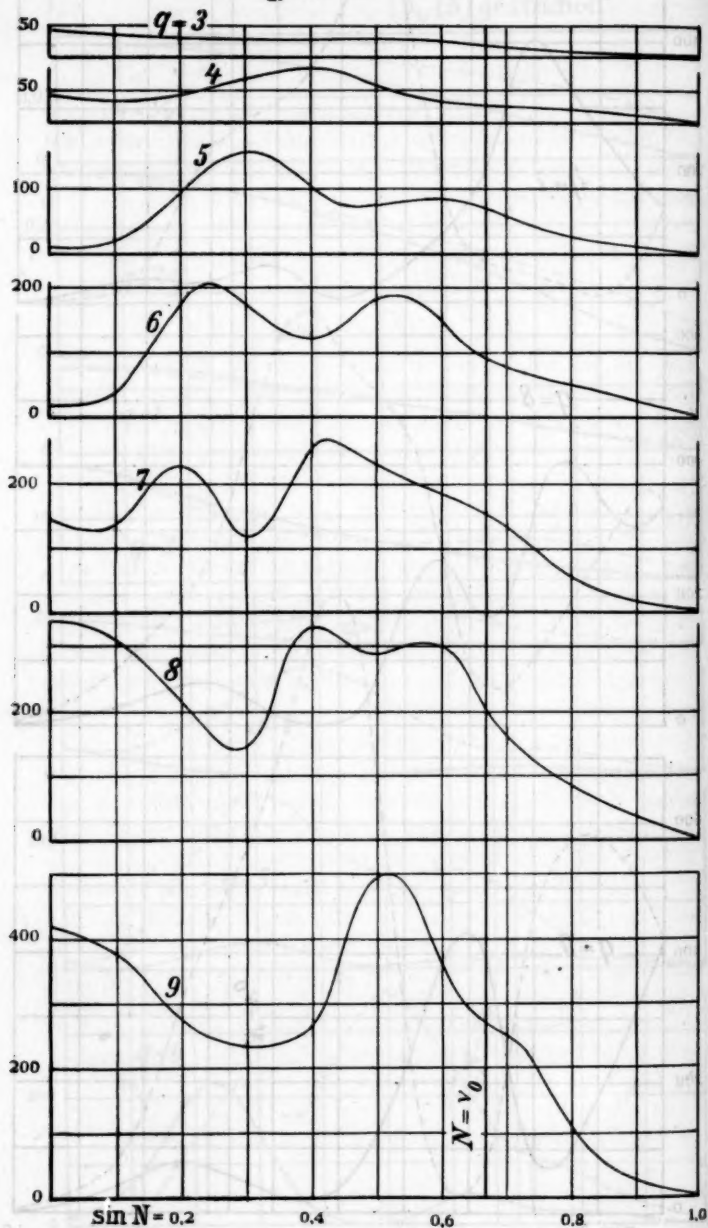


Fig. 2.

Vergleichung mit den Ergebnissen der Rayleighschen
und der Mascartschen Methode.

Eine Vergleichung mit den Ergebnissen der Rayleighschen Rechnung kann noch nicht durchgeführt werden, da hier nur das Lichtbüschel erster Ordnung (vgl. p. 737) berücksichtigt ist. Die Fortsetzung der Arbeit zwecks Hinzufügung weiterer Büschel ist dem Verfasser von anderer Seite in Aussicht gestellt worden.

Die Mascartsche Methode gestattet nur die *Lage* der hellen und dunklen Streifen zu berechnen.¹⁾ Dies geschieht einfach durch Interferenz derjenigen Strahlen, welche von den Polen der Wellenfläche herkommen, d. h. von den Fußpunkten der vom Beobachtungspunkte P auf sie gefällten Lote. Da nun in jedem Punkte der Wellenfläche zwei Komponenten des Lichtvektors vorhanden sind (vgl. p. 738), so müssen auch zwei Systeme von Interferenzstreifen entstehen. Und da die x -Komponente, welche parallel der Beobachtungsebene (gleich Einfallsebene) schwingt, beim Polarisationswinkel ihr Zeichen wechselt, so müssen ihre Streifen komplementär zu denen der y -Komponente liegen, und zwar ist bei der y -Komponente der erste Streifen ein heller, bei der x -Komponente ein dunkler, wenn die Streifen vom geometrischen Bogen $\sin N = 0,669$ aus nach kleineren N hin gezählt werden. Die schwächeren Maxima und Minima, welche in Fig. 1 rechts von diesem ersten Streifen noch auftreten, kommen nur bei der Integrationsmethode zum Ausdruck und werden hier nicht mitgezählt, wie überhaupt alle kleineren Schwankungen im folgenden unberücksichtigt bleiben.

In der Tabelle sind nun die Lagen der drei ersten Streifen nach Mascart (noch korrigiert nach der Integrationsmethode¹⁾ und nach Fig. 1 zusammengestellt. Die Übereinstimmung aller drei Werte unter x , M und y ist meist eine recht gute. Manchmal ergibt das Mittel aus den Werten unter x und y mit M

1) E. Mascart, l. c.

1) J. M. Pernter, Wiener Ber. 106. p. 135. 1897; W. Möbius, Abh. usw. p. 226.

eine bessere Übereinstimmung als die einzelnen Werte. Das ist wichtig, weil ja beide Komponenten getrennt beobachtet werden können. Wenn es also darauf ankommt, aus der Beobachtung des zerstreuten Lichtes den Durchmesser der Kugel angenähert zu bestimmen, so würde die Mascartsche Methode bis abwärts zu $q = 4$ ($2r = 0,0024 \text{ mm}$) noch anwendbar sein. Es bestätigt sich also die von vornherein gemachte Annahme, daß die vorstehende Untersuchung nur bis etwa $2r = 10\lambda$ oder $q = 10$ ausgedehnt zu werden brauchte.

Tabelle.

Werte von $\sin N$ für die Lage der drei ersten Streifen, helle und dunkle fortlaufend gezählt, nach der Mascartschen Methode berechnet unter M , aus Fig. 1 entnommen für die x -Komponente unter x , für die y -Komponente unter y .

	1. Streifen			2. Streifen			3. Streifen		
	x	M	y	x	M	y	x	M	y
$q = 4$,38	,39	,39	—	—	—	—	—	—
5	,48	,43	,30	—	—	—	—	—	—
6	,47	,36	,50	,23	,16	,07	—	—	—
7	,50	,48	,45	,20	,21	,18	—	—	—
8	,53	,50	,54	$\begin{Bmatrix} ,36 \\ ,16 \end{Bmatrix}$,26	,26	,05	,08	,03
9	,55	,51	,51	,31	,29	,31	,17	,12	,12

Zusammenfassung.

Es wurde für Wassertropfen von ungefähr 1 bis 10 Lichtwellenlängen Durchmesser die Zerstreung des Lichtbüschels erster Ordnung, mit einer Reflexion im Innern des Tropfens, bestimmt. Dies geschah durch Berechnung der Intensitätskurven für die parallel und senkrecht zur Beobachtungsebene schwingenden Komponenten des Lichtes und für verschiedene Werte des Kugeldurchmessers. Es ergab sich, daß die Mascartsche Methode, welche die Lage der Intensitätsmaxima

und -minima leicht ohne Integration zu berechnen gestattet, für Kugeldurchmesser, welche größer als zehn Lichtwellenlängen sind, noch sicher anwendbar ist, daß sie aber auch bis zu vier Wellenlängen herab sehr brauchbare Resultate gibt. Die Maxima und Minima beider Komponenten liegen zueinander komplementär und sind daher, wenn natürliches Licht einfällt, fast vollständig polarisiert. Dazwischen liegen neutrale Stellen, welche von Polarisation frei sind.

Leipzig, Physik. Institut der Universität, Januar 1913.

(Eingegangen 27. Januar 1913.)

**9. Der Zeemaneffekt
eines anisotrop gebundenen Elektrons und die
Beobachtungen von Paschen-Back;
von A. Sommerfeld.**

Die folgenden Bemerkungen wollen eine theoretische Deutung oder besser gesagt ein theoretisches Analogon geben zu den schönen und einfachen Ergebnissen¹⁾ der Herren Paschen und Back.

Wie in der elementaren Lorentz'schen Theorie betrachten wir ein einzelnes Elektron, welches quasi elastisch an seine Ruhelage gebunden ist, setzen die Bindung aber nicht als isotrop, sondern als *anisotrop* voraus, derart, daß dem Elektron drei zueinander senkrechte Hauptschwingungsrichtungen 1, 2, 3 zukommen. Die zugehörigen Schwingungsfrequenzen n_1, n_2, n_3 seien wenig voneinander verschieden. Dann haben wir ohne Magnetfeld ein enges Triplet. (Der Fall eines ursprünglichen Dublets ordnet sich hier natürlich ohne weiteres ein, wenn wir zwei der drei Frequenzen n_1, n_2, n_3 unter sich gleich oder, allgemeiner gesagt, voneinander viel weniger wie von der dritten verschieden annehmen.) Bei schwachem Magnetfeld erweitert sich das Triplet, und zwar zunächst nur proportional dem Quadrate des Feldes; es bleibt fürs erste „anomal“, insofern die Lage seiner Linien von den ursprünglichen Schwingungszahlen n_1, n_2, n_3 abhängt. Als *schwaches Feld* ist dabei ein solches anzusehen, für welches

$$h = \frac{e}{m} H \ll \Delta n$$

ist, unter Δn die größte der Schwingungsdifferenzen $n_1 - n_2$,

¹⁾ F. Paschen u. E. Back, Normale und anomale Zeemaneffekte. Ann. d. Phys. 39. p. 897. 1912.

$n_2 - n_3, n_3 - n_1$ verstanden. Unter einem starken Magnetfelde verstehen wir dementsprechend ein Feld, für welches

$$h = \frac{e}{m} H \gg \Delta n.$$

Für solche Felder wird der ursprüngliche Unterschied der Frequenzen belanglos, es verhält sich daher in ihnen unser anisotropes Elektron asymptotisch wie ein isotropes. Der anomale Zeemaneffekt geht jetzt mehr und mehr in ein normales Triplet oder Dublet (je nach der Beobachtungsrichtung) über mit Abständen, die der ersten Potenz des Magnetfeldes proportional sind.

Setzen wir als Grenze zwischen „starken“ und „schwachen“ Feldern durch Konvention fest:

$$h' = \frac{e}{m} H' = \Delta n,$$

so ergibt sich z. B. für einen Wellenlängenunterschied von einer Ängströmeinheit $\Delta\lambda = 10^{-8}$ und für gelbes Licht $\lambda = 6 \cdot 10^{-8}$

$$\Delta n = 2\pi \cdot \frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda = 0,5 \cdot 10^{12},$$

also mit $e/m = 1,75 \cdot 10^7$

$$H' = 30000 \text{ Gauss.}$$

Diese Grenze ist praktisch zu erreichen und liegt durchaus in der Größenordnung derjenigen Felder, bei denen Paschen und Back ihren Effekt beobachteten. Bei dem Sauerstofftriplet 3947,4, 3947,6, 3947,7, wo der ursprüngliche Unterschied der Wellenlängen kleiner wie eine Ängströmeinheit, aber andererseits auch die Wellenlänge kleiner ist, berechnet sich H' zu 20000 Gauss und wird daher bei den eben berechneten 30000 Gauss die Normalität des Triplets bzw. Dublets bereits eine ziemlich vollständige.

Was über die Lage der Linien des Triplets gesagt wurde, über ihre Anomalität oder Normalität, überträgt sich sofort auf die Polarisationsverhältnisse. Hierbei ist als wesentlicher Umstand zu beachten, daß in einem leuchtenden Dampf das Teilchen seine Orientierung beständig wechselt, in einem Tempo, welches langsam ist gegen die Schwingungen des Elektrons. Wir müssen uns also vorstellen, daß das Achsenkreuz 1, 2, 3 der Hauptschwingungsrichtungen durchschnittlich alle möglichen

Lagen gegen das Magnetfeld und gegen die Beobachtungsrichtung annimmt. Daraus ergibt sich folgendes: Das ursprüngliche Triplet ist unpolarisiert. Bei schwachem Magnetfelde stellt sich eine schwache Polarisation ein. Bei starkem Magnetfelde, wo sich unser anisotropes Elektron wie ein isotropes verhält, wird die Polarisation *mehr und mehr vollständig im Sinne der elementaren Theorie des Zeemaneffektes*: Zirkularpolarisation bei longitudinaler, Linearpolarisation bei transversaler Beobachtungsrichtung. Letztere ist mit den nach der elementaren Theorie zu erwartenden Modalitäten (parallele bzw. senkrechte Schwingungsrichtung) von Paschen und Back bei dem Sauerstofftriplet aufs schönste nachgewiesen. Ebenso findet bei den Wasserstofflinien (ursprünglich sehr enge Doublets) die von Paschen und Back festgestellte Polarisationsanomalie durch unsere Auffassung ihre zwanglose Erklärung.

Zugleich ergibt sich aus der wechselnden Orientierung des Teilchens gegen das Magnetfeld eine gewisse *Breite der Linien*. Ohne Feld würden die Linien nach unserer Ausgangsvorstellung absolut scharf und durch die Frequenzen n_1, n_2, n_3 bestimmt sein. Sie verbreitern sich im Magnetfelde zunächst langsam proportional mit H^2 bei schwachen Feldern und erreichen bei starken Feldern eine definitive Breite von der Größe Δn bzw. $\Delta n/2$. Auch diese Folgerung steht in allgemeiner Übereinstimmung mit den Beobachtungen von Paschen-Back.

In der Tat finden diese bei dem oben genannten Sauerstofftriplet statt des nach Analogie mit anderen Triplets erwarteten Nonets und Triplets für die Außenkomponenten „diffuse Wische“ von erheblicher Breite; ob dieselben sich in einzelne Linien auflösen lassen, bleibe dahingestellt. Immerhin entsprechen sie, nach Breite und allgemeinem Aussehen, nicht schlecht demjenigen Bilde, das man sich von den Linien eines regellos wechselnd orientierten Moleküls machen würde. Die Mittelkomponente dagegen (nach Analogie als Sextet zu erwarten) ist bei starkem Felde nach den Beobachtungen schärfer, als sie nach unserer Vorstellung zu erwarten wäre. Ihre mit zunehmendem Felde zunehmende Schärfe würde in unserem Sinne einen Einfluß des Magnetfeldes auf die Orientierung, also eine Selbsteinstellung des Teilchens im Felde andeuten. Auf die Chancen eines solchen Einflusses gehen

wir anhangsweise ein und finden, daß er aus dem hier durchgeführten Bilde des Vorganges kaum verständlich ist.

Das Intensitätsverhältnis der Linien gegeneinander und die Intensitätsverteilung innerhalb der Linien wird in der vorliegenden Note nicht oder nicht vollständig besprochen werden. Was die absolute Größe der Aufspaltung betrifft, so müßte sie nach unserer Auffassung bei starken Magnetfeldern stets durch den normalen Wert von e/m gegeben sein, so zwar, daß die mittlere Schwingungszahl der Linienbreite der Seitenkomponenten diese Aufspaltung zeigen würde. Dagegen finden Paschen und Back bei dem Sauerstofftriplet für die äußersten Bestandteile der Seitenkomponenten den doppelten Wert der normalen Aufspaltung. Ob dieser Widerspruch an der Art der Messung liegt¹⁾ (äußerste Wellenlängen statt der mittleren der diffusen Linie) oder ob er darauf hinweist, daß unser Bild eines einzelnen schwingenden Elektrons tatsächlich noch zu einfach ist, möge hier unentschieden bleiben.

Bei der von Back untersuchten Linie¹⁾ Na 2852 dagegen ist nicht nur der Polarisationszustand, sondern auch die Aufspaltung ganz im Sinne unserer Auffassung. Da diese Linie zu der Serie des Dublets D_1 D_2 gehört, können wir mit großer Sicherheit auf dasselbe Verhalten des D -Linienpaares in starken Feldern zurückschließen. Für die D -Linien ist $\Delta\lambda = 6 \cdot 10^{-8}$, also $\Delta n = 3 \cdot 10^{12}$. Dem entspricht nach den einführenden Erörterungen als untere Grenze eines als „stark“ zu bezeichnenden Feldes $H' = 170000$ Gauss. Wir schließen also: Wenn es möglich wäre, Feldstärken oberhalb 170000 Gauss herzustellen, so würde der magnetische Typus des D -Linienpaares bei transversaler Beobachtung mehr und mehr der eines einzigen normalen Triplets werden! Dieser Schluß liegt ganz im Sinne der Herren Paschen und Back; wir gehen nur insofern über diese hinaus, als wir die charakteristische Feldstärke quantitativ zu bestimmen versuchen.

§ 1. Fest orientiertes Teilchen von spezieller Lage.

Es wird zur Vereinfachung der Darstellung dienen, wenn wir zunächst von einem fest orientierten Teilchen sprechen und der wechselnden Orientierung erst nachher Rechnung tragen.

1) Vgl. die Zusätze am Schlusse der Arbeit.

Die Ausführungen dieses Paragraphen dürften kaum neu sein¹⁾ und können daher kurz gehalten werden.

Die Hauptschwingungsrichtung 3 sei dem Magnetfelde parallel, also 1 und 2 senkrecht dazu. x, y, z seien die Koordinaten des Elektrons gegen seine Gleichgewichtslage in Richtung von 1, 2, 3. Die Bewegungsgleichungen lauten mit der Abkürzung

$$h = \frac{e}{m} H$$

und bei dauernder Vernachlässigung der (wohl nur sekundär in Betracht kommenden) Dämpfung

$$\ddot{x} + n_1^2 x = h \dot{y},$$

$$\ddot{y} + n_2^2 y = -h \dot{x},$$

$$\ddot{z} + n_3^2 z = 0.$$

Setzt man

$$(1) \quad x = A e^{i\alpha t}, \quad y = B e^{i\alpha t}, \quad z = C e^{i\alpha t},$$

so wird von den drei Werten von α^2 der eine

$$\alpha^2 = \alpha_3^2 = n_3^2,$$

die beiden anderen ergeben sich aus der Bedingung:

$$(2) \quad \frac{n_1^2 - \alpha^2}{i\alpha h} = \frac{-i\alpha h}{n_2^2 - \alpha^2} = \frac{B}{A},$$

genügen also der quadratischen Gleichung:

$$(2a) \quad (\alpha^2 - n_1^2)(\alpha^2 - n_2^2) = \alpha^2 h^2.$$

Bei hinreichend kleinem h ist der eine Wert von α^2 nahezu gleich n_1^2 , der andere nahezu gleich n_2^2 . Man findet in üblicher Näherungsrechnung:

$$(3) \quad \begin{cases} \alpha^2 = \alpha_1^2 = n_1^2 \left(1 + \frac{h^2}{n_1^2 - n_2^2} \right), \\ \alpha^2 = \alpha_2^2 = n_2^2 \left(1 - \frac{h^2}{n_1^2 - n_2^2} \right). \end{cases}$$

1) Daß die magnetische Verschiebung einer einfachen, d. h. nur einen Freiheitsgrad repräsentierenden Spektrallinie proportional mit H^2 geht, betont z. B. Lorentz, *Rapports du Congrès international de Physique*, Paris 1900. Nr. 6; ferner *Enzykl. d. Math. Wiss.* V 22, Nr. 86; unser in Fig. 1 erhaltenes Resultat erinnert an das von Voigt theoretisch entdeckte dissymmetrische Triplet beim inversen Zeemaneffekt, vgl. die Figg. 87 und 88 seiner *Magnetooptik*.

Löst man dagegen (2a) allgemein auf, so ergibt sich

$$\left(\alpha^2 - \frac{n_1^2 + n_2^2 + h^2}{2}\right)^2 = \frac{(n_1^2 - n_2^2)^2 + 2h^2(n_1^2 + n_2^2) + h^4}{4}.$$

Wir setzen abkürzend

$$n^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2}$$

und beachten, daß für sichtbares Licht und erreichbare Magnetfelder unter allen Umständen $h \ll n$ ist. Mit den hierdurch gegebenen Vernachlässigungen wird

$$(4) \quad (\alpha^2 - n^2)^2 = n^2(\Delta n^2 + h^2).$$

Dabei ist

$$n_1 - n_2 = \Delta n$$

und in einer bei kleinem Δn stets erlaubten Näherung

$$n_1 + n_2 = 2n$$

gesetzt. Ist nun

$$h \gg h', \quad h' = \Delta n,$$

so folgt aus (4)

$$(4a) \quad \alpha^2 - n^2 = \pm n h \left(1 + \frac{\Delta n^2}{2h^2}\right),$$

oder bei weiterer Vernachlässigung

$$(5) \quad \begin{cases} \alpha^2 = \alpha_1^2 = n^2 + n h, & \alpha_1 = n + \frac{h}{2}, \\ \alpha^2 = \alpha_2^2 = n^2 - n h, & \alpha_2 = n - \frac{h}{2}. \end{cases}$$

Das gegensätzliche Verhalten der Wurzeln α_1^2, α_2^2 bei „schwachen“ und „starken“ Feldern, Gleichungen (3) und (5), ist in Fig. 1 dargestellt. Nach der Ordinatenachse ist α^2 aufgetragen ($\alpha^2 = \alpha_1^2$ durch Kurve 1, $\alpha^2 = \alpha_2^2$ durch Kurve 2 dargestellt, $n_1 > n_2$ vorausgesetzt), nach der Abszissenachse h . Kurve 1 beginnt bei $\alpha^2 = n_1^2$ und schließt sich zunächst der punktierten Parabel, Gleichung (3) an, um sich für $h > h'$ der Geraden, Gleichung (5), zu nähern; entsprechend die Kurve 2. Die Größenverhältnisse der Figur ergeben sich aus der Bemerkung, daß für $h = h'$ die Ordinate PQ der Geraden nach (5) wird:

$$\alpha^2 - n^2 = n h' = n \Delta n = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2}$$

und nach (3) die Ordinate QR der Parabel:

$$\alpha^2 - n_1^2 = \frac{n_1^2 h'^2}{n_1^2 - n_2^2} = \frac{n_1^2 \Delta n}{n_1 + n_2} = \frac{n_1^2 - n_2^2}{4}.$$

Die Figur zeigt für $h > h'$ Annäherung an das normale Verhalten des Zeemaneffektes mit einer dem Magnetfelde proportionalen Trennung, die bei einem ursprünglich zusammenfallenden

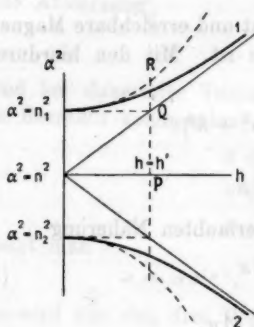


Fig. 1.

ursprünglich zusammenfallenden Linienpaare ($n_1 = n_2 = n$) von Anfang an vorhanden sein würde, dagegen für $h < h'$ ein charakteristisch abnormes Verhalten. Von einer Zerlegung unserer (als einfach vorausgesetzten) Schwingungszahlen n_1, n_2 kann natürlich nicht die Rede sein, wie ja überhaupt der Zeemaneffekt nicht in einer Zerlegung von Linien, sondern vielmehr in einer Auseinanderlegung ursprünglich zusammenfallender oder nicht mehr auflösbarer Linien besteht.

Dem Verhalten der Schwingungszahlen entspricht durchaus dasjenige des Polarisationszustandes: auch dieser strebt bei wachsendem h dem aus der elementaren Theorie bekannten zu und wird um so vollkommener, je größer h ist. Aus den Gleichungen (2) und (5) folgt nämlich für $\alpha = \alpha_1$

$$\frac{B}{A} = \frac{n_1^2 - n^2 - n h}{i n h} = \frac{-i n h}{n_1^2 - n^2 - n h}.$$

Nun ist

$$n_1^2 - n^2 = -(n_2^2 - n^2) = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2} = n \Delta n = n h',$$

also wird, da wir $h \gg h'$ voraussetzen,

$$(6) \quad \frac{B}{A} = \frac{n(h' - h)}{i n h} = \frac{-i n h}{-n(h' + h)} = +i$$

und entsprechend für $\alpha = \alpha_2$

$$\frac{B}{A} = -i.$$

Die Werte $\pm i$ bedeuten in bekannter Weise, daß die Bewegungen der Frequenz α_1, α_2 zwei zirkuläre Schwingungen

von entgegengesetztem Umlauf sind, die bei longitudinaler Beobachtung wahrgenommen werden. Bei transversaler Beobachtung in Richtung von 1 hat man erstens die Linie $\alpha_3 = n_3$ mit der Schwingungsrichtung 3, sodann mit der Schwingungsrichtung 2 die beiden Linien α_1 und α_2 . Nur insofern würde hier eine Abweichung von dem normalen Triplet stattfinden, als die beiden Linien α_1, α_2 nicht symmetrisch liegen zu der Linie $\alpha_3 = n_3$, sondern vielmehr zu der nicht vorhandenen (sozusagen virtuellen) Linie

$$n = \sqrt{\frac{n_1^2 + n_2^2}{2}}.$$

Diese Abweichung hat ihren Grund natürlich nur in der festen und speziellen Orientierung unseres Teilchens, bei der die Linie n_3 vom Magnetfelde überhaupt nicht verändert wird, und kommt bei allgemeiner oder variabler Lage in Fortfall.

Ist das Magnetfeld nicht hinreichend stark, so dürfen wir in (6) h' nicht vollständig gegen h vernachlässigen; auch müßten wir statt der Grenzformel (5) die zweite Näherung (4a) benutzen. Der Wert von B/A wird dann nicht mehr genau gleich $\pm i$ und daher die Zirkularpolarisation nicht mehr vollkommen. Bei schwächer werdendem Felde und longitudinaler Beobachtung geht die Zirkularpolarisation immer mehr in lineare Polarisation über, welche nach der Näherungsformel (6) bereits für $h = h'$ ($B/A = 0$ für $\alpha = \alpha_1$ bzw. $A/B = 0$ für $\alpha = \alpha_2$), in Wirklichkeit aber erst für $h = 0$ erreicht werden würde. Diese lineare Polarisation, ebenso wie die auch bei schwachen Feldern vollkommen verbleibende lineare Polarisation bei transversaler Beobachtung rühren natürlich wieder nur von der festen Orientierung des Teilchens her und verschwinden bei variabler Lage desselben.

§ 2. Teilchen von beliebiger Lage.

Das Magnetfeld habe jetzt eine beliebige Lage gegen das Achsenkreuz 1, 2, 3 des Teilchens; h_1, h_2, h_3 seien die Komponenten des Feldes nach diesen Achsen. Die Bewegungsgleichungen des Elektrons werden

$$\begin{aligned}\ddot{x} + n_1^2 x &= h_3 \dot{y} - h_2 \dot{z}, \\ \ddot{y} + n_2^2 y &= h_1 \dot{z} - h_3 \dot{x}, \\ \ddot{z} + n_3^2 z &= h_2 \dot{x} - h_1 \dot{y}.\end{aligned}$$

Man setzt zur Integration wie im vorigen Paragraphen

$$x = A e^{i\alpha t}, \quad y = B e^{i\alpha t}, \quad z = C e^{i\alpha t}$$

und findet für die drei Unbekannten $A : B : C$ und α die Bestimmungsgleichungen:

$$(7) \quad \begin{cases} (n_1^2 - \alpha^2) A - i\alpha h_3 B + i\alpha h_2 C = 0, \\ + i\alpha h_3 A + (n_2^2 - \alpha^2) B - i\alpha h_1 C = 0, \\ + i\alpha h_2 A + i\alpha h_1 B + (n_3^2 - \alpha^2) C = 0. \end{cases}$$

Für α^2 ergibt sich die kubische Gleichung:

$$(8) \quad \begin{cases} \begin{vmatrix} n_1^2 - \alpha^2 & -i\alpha h_3 & +i\alpha h_2 \\ +i\alpha h_3 & n_2^2 - \alpha^2 & -i\alpha h_1 \\ -i\alpha h_2 & +i\alpha h_1 & n_3^2 - \alpha^2 \end{vmatrix} = \\ (n_1^2 - \alpha^2)(n_2^2 - \alpha^2)(n_3^2 - \alpha^2) - \alpha^2 h_1^2 (n_1^2 - \alpha^2) \\ - \alpha^2 h_2^2 (n_2^2 - \alpha^2) - \alpha^2 h_3^2 (n_3^2 - \alpha^2) = 0. \end{cases}$$

Für hinreichend kleines Feld findet man die aus n_1 sich entwickelnde Wurzel α_1 , indem man in allen mit h_i^2 behafteten Termen $\alpha^2 = n_1^2$ setzt, desgleichen in den sonstigen Faktoren $n_2^2 - \alpha^2$, $n_3^2 - \alpha^2$. Man erhält auf diese Weise unmittelbar, als Analogon zu der Gleichung (3) des vorigen Paragraphen, beispielsweise:

$$(9) \quad \alpha_1^2 = n_1^2 \left(1 - \frac{(n_2^2 - n_1^2) h_2^2 + (n_3^2 - n_1^2) h_3^2}{(n_2^2 - n_1^2)(n_3^2 - n_1^2)} \right).$$

Auch hier ist wie in (3) die Verschiebung des magnetisch beeinflussten Triplets $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3$ gegen das ursprüngliche $n_1 n_2 n_3$ dem Quadrate des Feldes proportional, hängt aber nicht nur von der Größe $h^2 = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2$ des Feldes, sondern auch von seiner Richtung ab. Um diese Abhängigkeit besser hervortreten zu lassen, bilden wir zunächst den Mittelwert von α^2 für alle möglichen Lagen des Magnetfeldes im Achsenkreuz 1, 2, 3. Diese Mittelbildung werde durch Überstreichen angedeutet. Offenbar hat man

$$\overline{h_1^2} = \overline{h_2^2} = \overline{h_3^2} = \frac{h^2}{3}$$

und daher z. B.

$$(10) \quad \overline{\alpha_1^2} = n_1^2 \left(1 - \frac{h^2}{3} \frac{n_2^2 + n_3^2 - 2n_1^2}{(n_2^2 - n_1^2)(n_3^2 - n_1^2)} \right).$$

Schreibt man ferner

$$(11) \quad \alpha_1^2 = \overline{\alpha_1^2} - n_1^2 h^2 \frac{\varrho_1}{(n_2^2 - n_1^2)(n_3^2 - n_1^2)},$$

so liefert ϱ_1 ein Maß für die Abweichung einer individuellen von der mittleren Schwingungszahl und es wird

$$(11a) \quad \varrho_1 = (n_2^2 - n_1^2)(\cos^2 \beta - \frac{1}{3}) + (n_3^2 - n_1^2)(\cos^2 \gamma - \frac{1}{3}),$$

unter α, β, γ die Winkel des Feldes gegen die Achsen 1, 2, 3 verstanden, wobei also

$$(11b) \quad \cos \alpha = \frac{h_1}{h}, \quad \cos \beta = \frac{h_2}{h}, \quad \cos \gamma = \frac{h_3}{h}.$$

Aus (10) und (11) erkennt man leicht: Von den drei Linien n_1, n_2, n_3 unseres ursprünglichen Triplets wandern unter dem Einfluß des Magnetfeldes die beiden äußeren nach außen, die mittlere strebt nach der Mitte der beiden anderen hin; dabei bleiben die ursprünglich als absolut scharf vorausgesetzten Linien nicht scharf, sondern verbreitern sich, und zwar anfangs proportional mit h^2 .

Wir kommen zu dem wichtigeren Falle eines hinreichend starken Magnetfeldes und fragen in diesem Falle zunächst nach der mittleren Lage der Schwingungszahlen.

Wir setzen zu dem Ende in (8)

$$(12) \quad \begin{cases} \overline{h_1^2} = \overline{h_2^2} = \overline{h_3^2} = \frac{h^2}{3}, & n^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}{3}, \\ n_1^2 - n^2 = \varepsilon_1, & n_2^2 - n^2 = \varepsilon_2, & n_3^2 - n^2 = \varepsilon_3, \end{cases}$$

so daß (8) übergeht in

$$(13) \quad (\varepsilon_1 + n^2 - \alpha^2)(\varepsilon_2 + n^2 - \alpha^2)(\varepsilon_3 + n^2 - \alpha^2) = \alpha^2 h^2 (n^2 - \alpha^2).$$

Ordnen wir nach Potenzen von $n^2 - \alpha^2$, so fällt das quadratische Glied fort, da es mit dem nach (12) verschwindenden Koeffizienten $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ behaftet ist; das Glied $n^2 - \alpha^2$ hat als Koeffizienten

$$(13a) \quad \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_3 \varepsilon_1 - \alpha^2 h^2,$$

der sich bei hinreichend großem h vereinfacht zu

$$(13b) \quad -\alpha^2 h^2.$$

Unsere Gleichung kann daher so geschrieben werden:

$$(14) \quad (n^2 - \alpha^2) \{ (n^2 - \alpha^2)^2 - \alpha^2 h^2 \} = -\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3.$$

Wir überzeugen uns, daß diese Gleichung die Wurzeln hat:

$$(15) \quad \alpha^2 = n^2, \quad \alpha^2 = n^2 \pm nh,$$

und zwar in folgendem Sinne: Setzen wir statt (15) genauer

$$(15a) \quad \alpha^2 = n^2 + \delta, \quad \alpha^2 = n^2 \pm nh + \delta',$$

so behaupten wir, daß δ und δ' sehr klein nicht nur gegen n^2 , sondern auch gegen nh ausfallen, unter der Bedingung, daß

$$(16) \quad h \gg \Delta n$$

sei. Δn bedeutet dabei wie in der Einleitung die größte der Differenzen

$$n_1 - n, \quad n_2 - n, \quad n_3 - n$$

(abgesehen vom Vorzeichen); (16) ist nach der Einleitung die Bedingung für ein „starkes“ Magnetfeld.

Zunächst zeigen wir, daß unter eben dieser Bedingung der Übergang von (13a) zu (13b) berechtigt ist. Es ist ja z. B.

$$\epsilon_1 = (n_1 + n)(n_1 - n) \cong 2n\Delta n,$$

daher (mit Rücksicht auf $\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0$)

$$\epsilon_1 \epsilon_2 + \epsilon_2 \epsilon_3 + \epsilon_3 \epsilon_1 \cong 6(n\Delta n)^2.$$

Andererseits ist wegen (15) und (16)

$$\alpha^2 h^2 \gg (n\Delta n)^2,$$

also in der Tat (13a) mit (13b) annähernd gleich.

Bestimmen wir nun δ aus (14) unter Vernachlässigung von δ gegen nh , so ergibt sich

$$\delta = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3}{n^2 h^2} \cong \frac{6n(\Delta n)^2}{h^2},$$

also wegen (16)

$$\delta \ll nh,$$

wie behauptet wurde. Ganz entsprechend berechnet sich aus (14)

$$\delta' = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3}{2n^2 h^2} \ll nh.$$

Die Ausdrücke (15) sind also unter der Bedingung (16) in der Tat Näherungswerte für die mittleren Schwingungszahlen in dem oben behaupteten Sinne. Die Werte (15) sind identisch mit denjenigen Wurzeln der Gleichung (8), die man erhält,

wenn man von der ursprünglichen Verschiedenheit der Frequenzen n_1, n_2, n_3 absieht, wenn man also in (8) setzt:

$$n_1 = n_2 = n_3 = n.$$

Dann vereinfacht sich diese Gleichung zu:

$$(n^2 - \alpha^2)^3 = \alpha^2 (h_1^2 + h_2^2 + h_3^2) (n^2 - \alpha^2) = \alpha^2 h^2 (n^2 - \alpha^2)$$

und wird durch die drei Wurzeln (15) exakt befriedigt. Unser Ergebnis kann also einfach so ausgesprochen werden: Für starke Magnetfelder $h \gg \Delta n$ kommt es auf die ursprünglichen Δn überhaupt nicht mehr an; unser anisotropes Elektron verhält sich bezüglich seiner mittleren Schwingungszahlen asymptotisch genau so wie ein isotropes.

Denken wir uns die ursprünglichen Frequenzen n_1, n_2, n_3 der Größe nach geordnet, so daß $n_1 > n_2 > n_3$ und ordnen wir die Frequenzen $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ in gleichem Sinne, so werden wir statt (15) zu schreiben haben

$$(17) \quad \begin{cases} \overline{\alpha_1^2} = n^2 + nh, & \sqrt{\overline{\alpha_1^2}} = n + \frac{h}{2}, \\ \overline{\alpha_2^2} = n^2, & \sqrt{\overline{\alpha_2^2}} = n, \\ \overline{\alpha_3^2} = n^2 - nh, & \sqrt{\overline{\alpha_3^2}} = n - \frac{h}{2}. \end{cases}$$

Wir ergänzen diese Formeln für die mittleren Frequenzen durch solche für die individuellen Werte derselben, die einer individuellen Lage des Magnetfeldes gegen das Achsenkreuz 1, 2, 3 entsprechen.

Wir beginnen mit α_2^2 und setzen

$$(18) \quad \alpha_2^2 = \overline{\alpha_2^2} + \varrho_2 = n^2 + \varrho_2,$$

so daß ϱ_2 ein Maß für die Streuung um den Mittelwert bedeutet. Bei der Bestimmung von ϱ_2 können wir von Gleichung (13) ausgehen, indem wir dort

$$n^2 - \alpha^2 = \overline{\alpha_2^2} - \alpha_2^2 = -\varrho_2$$

machen, haben aber zu beachten, daß jetzt die rechte Seite von (13) entsprechend der ursprünglichen, ungemittelten Form von (8) zu ersetzen ist durch

$$\begin{aligned} & \alpha_2^2 h_1^2 (\varepsilon_1 - \varrho_2) + \alpha_2^2 h_2^2 (\varepsilon_2 - \varrho_2) + \alpha_2^2 h_3^2 (\varepsilon_3 - \varrho_2) \\ & = \alpha_2^2 (h_1^2 \varepsilon_1 + h_2^2 \varepsilon_2 + h_3^2 \varepsilon_3) - \alpha_2^2 h^2 \varrho_2. \end{aligned}$$

Wir erhalten also an Stelle von (13)

$$(\varepsilon_1 - \varrho_2)(\varepsilon_2 - \varrho_2)(\varepsilon_3 - \varrho_2) = -\alpha_2^2 h^2 \varrho_2 + \alpha_2^2 (h_1^2 \varepsilon_1 + h_2^2 \varepsilon_2 + h_3^2 \varepsilon_3).$$

Ordnen wir nach Potenzen von ϱ_2 und benutzen die beim Übergang von (13) zu (14) bereits als zulässig erkannte Vernachlässigung, so ergibt sich

$$(18a) \quad \varrho_2 (-\varrho_2^2 + \alpha_2^2 h^2) = -\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \alpha_2^2 (h_1^2 \varepsilon_1 + h_2^2 \varepsilon_2 + h_3^2 \varepsilon_3).$$

Hier ist noch das erste Glied der rechten Seite klein gegen das zweite und auch das erste Glied der Klammer links klein gegen das zweite. Denn jedes der ε ist, wie oben benutzt, $\cong n \Delta n$, also $\ll n h$ und ϱ_2 wird sich sogleich von derselben Größenordnung wie die ε ergeben. Somit vereinfacht sich (18a) zu

$$\varrho_2 \alpha_2^2 h^2 = \alpha_2^2 (h_1^2 \varepsilon_1 + h_2^2 \varepsilon_2 + h_3^2 \varepsilon_3)$$

und liefert

$$\varrho_2 = \frac{h_1^2}{h^2} \varepsilon_1 + \frac{h_2^2}{h^2} \varepsilon_2 + \frac{h_3^2}{h^2} \varepsilon_3,$$

oder mit Rücksicht auf (11b) und (12)

$$(19) \quad \varrho_2 = (n_1^2 - n^2) \cos^2 \alpha + (n_2^2 - n^2) \cos^2 \beta + (n_3^2 - n^2) \cos^2 \gamma.$$

Der Mittelwert von ϱ_2 ist, wie es sein muß, gleich Null.

Wir bestimmen ferner die einer speziellen Lage des Magnetfeldes entsprechende Abweichung eines speziellen Wertes von α_1^2 von dem Mittelwert $\overline{\alpha_1^2}$, indem wir setzen

$$(20) \quad \alpha_1^2 = \overline{\alpha_1^2} + \varrho_1 = n^2 + n h + \varrho_1.$$

Bei der Berechnung von ϱ_1 gehen wir von der den jetzigen Verhältnissen entsprechend modifizierten Gleichung (13) aus, nämlich von

$$\begin{aligned} & (\varepsilon_1 - n h - \varrho_1)(\varepsilon_2 - n h - \varrho_1)(\varepsilon_3 - n h - \varrho_1) \\ & = \alpha_1^2 (h_1^2 \varepsilon_1 + h_2^2 \varepsilon_2 + h_3^2 \varepsilon_3) - \alpha_1^2 h^2 (n h + \varrho_1). \end{aligned}$$

Ordnen wir nach Potenzen von $n h + \varrho_1$, so folgt mit einer mehrfach begründeten Vernachlässigung

$$(20a) \quad \left\{ \begin{aligned} & (n h + \varrho_1) \{ - (n h + \varrho_1)^2 + \alpha_1^2 h^2 \} \\ & = -\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \alpha_1^2 (h_1^2 \varepsilon_1 + h_2^2 \varepsilon_2 + h_3^2 \varepsilon_3). \end{aligned} \right.$$

Die $\{ \}$ lautet ausgeführt

$$\begin{aligned} & -n^2 h^2 - 2 n h \varrho_1 + \dots + n^2 h^2 + n h^3 + \dots \\ & = -n h (2 \varrho_1 - h^2 + \dots). \end{aligned}$$

Nun ist, wie sich sogleich zeigen wird, $\varrho_1 \cong n \Delta n$ und es ist bei allen erreichbaren Magnetfeldern $h^2 \ll n \Delta n$, auch in solchen Fällen, wo $h \gg \Delta n$ ist. Infolgedessen reduziert sich die $\{ \}$ auf $-2 n h \varrho_1$. Andererseits vereinfacht sich $n h + \varrho_1$ in (20a) für starke Magnetfelder auf $n h$ und die rechte Seite auf das zweite Glied. Mithin geht (20a) über in

$$-2 n^2 h^2 \varrho_1 = \alpha_1^2 (h_1^2 \varepsilon_1 + h_2^2 \varepsilon_2 + h_3^2 \varepsilon_3)$$

und liefert

$$\varrho_1 = -\frac{1}{2} \left(\frac{h_1^2}{h^2} \varepsilon_1 + \frac{h_2^2}{h^2} \varepsilon_2 + \frac{h_3^2}{h^2} \varepsilon_3 \right),$$

oder mit Rücksicht auf (11b) und (12)

$$(21) \quad \left\{ \begin{aligned} \varrho_1 = & -\frac{1}{2} ((n_1^2 - n^2) \cos^2 \alpha + (n_2^2 - n^2) \cos^2 \beta \\ & + (n_3^2 - n^2) \cos^2 \gamma). \end{aligned} \right.$$

Wiederum ist, wie es sein muß, $\bar{\varrho}_1 = 0$. Derselbe Wert (21) gilt auch für die Abweichung ϱ_3 der dritten Schwingungszahl α_3^2 von ihrem Mittelwerte $\bar{\alpha}_3^2$.

Wenn also auch, wie wir oben betonten, unser anisotropes Elektron sich in starken Magnetfeldern hinsichtlich seiner *mittleren* Schwingungszahlen genau so wie ein isotropes Elektron verhält, so besteht doch insofern zwischen beiden ein Unterschied, als die Schwingungszahlen unseres anisotrop gebundenen Elektrons *eine Streuung um die mittlere Schwingungszahl* besitzen, und demgemäß als unscharfe Linie erscheinen, während ein isotrop gebundenes Elektron auch bei starken Magnetfeldern scharfe Linien zeigen würde, falls es (bei Absehung von Dämpfung, Dopplereffekt usw.) ohne Magnetfeld scharfe Linien hätte.

Wie wir oben sahen, nimmt bei schwachen Magnetfeldern die Streuung der Schwingungszahlen zunächst mit wachsendem Felde zu. Aus den Gleichungen (19) und (21), die von der Größe von h gar nicht mehr abhängen, folgt aber, daß bei starken Feldern die Zunahme aufhört und die Linienbreite sich einer bestimmten Grenze nähert, die in den vorigen Betrachtungen bereits als erreicht anzusehen ist. Und zwar ist — aus leicht ersichtlichen Gründen, vgl. § 4 — diese definitive Linienbreite von gleicher bzw. von halber Größe wie der Abstand der Linien in dem ursprünglichen Triplet.

§ 3. Polarisationsverhältnisse.

Ebenso wie die Schwingungszahlen stellen sich auch die Polarisationsverhältnisse des anisotrop gebundenen Elektrons bei starken Magnetfeldern im Sinne der elementaren Theorie ein, ja diese sogar noch in höherem Maße wie jene: Während die Schwingungszahlen eine selbst bei beliebig starken Feldern endliche Schwankung um ihren durch die elementare Theorie bestimmten Mittelwert zeigen, wird die Polarisation bei stärker werdendem Felde immer vollständiger und zwar gleichmäßig für die ganze Linienbreite.

Wir sprechen zunächst von der „Schwingungsrichtung“ des Elektrons (das Wort in etwas verallgemeinertem Sinne genommen), und definieren dieselbe durch die Verhältnisse der in unserem ursprünglichen Ansatz (1) vorkommenden Konstanten $A : B : C$.

Aus der Schwingungsrichtung zusammen mit der Beobachtungsrichtung schließen wir dann auf die Polarisationsverhältnisse.

Die relative Größe der A , B , C ergibt sich aus den Gleichungen (7), welche wir für das Folgende bequemer so schreiben:

$$(22) \quad \begin{cases} (n_1^2 - \alpha^2) A = i\alpha(h_3 B - h_2 C), \\ (n_2^2 - \alpha^2) B = i\alpha(h_1 C - h_3 A), \\ (n_3^2 - \alpha^2) C = i\alpha(h_2 A - h_1 B). \end{cases}$$

Wir haben die drei Wurzeln α_1 , α_2 , α_3 einzeln zu betrachten und beginnen mit α_3 .

$$(a) \quad \alpha_3^2 = n^2 + \varrho_2 \quad (\text{Gleichung (18)}).$$

Mit den in (12) erklärten Bezeichnungen wird (i bedeutet einen der Indizes 1, 2, 3):

$$n_i^2 - \alpha_i^2 = \varepsilon_i - \varrho_i.$$

Was die Größenordnung angeht, ist nach (19)

$$\varrho_2 \cong \varepsilon_i \cong n \Delta n.$$

Dies ist zugleich die Größenordnung der linken Seiten von (22), wenn wir die Größenordnung der Verhältniszahlen A , B , C

zu 1 festsetzen. Dann ist aber die Größenordnung der rechten Seiten von (22) gleich

$$\alpha h \cong n h.$$

Die rechten Seiten wären also für starke Felder $h \gg \Delta n$ groß gegen die linken Seiten und können ihnen nur gleich sein, wenn in (22) die Klammern rechts verschwinden. Dies ergibt

$$(23) \quad A : B : C = h_1 : h_2 : h_3.$$

Die Schwingungsrichtung ist in diesem Falle eine bestimmte Richtung im gewöhnlichen Sinne, nämlich diejenige des Magnetfeldes; sie liegt im Raume fest, wechselt also ihre Lage in dem Achsenkreuz 1, 2, 3. Die zugehörige Schwingung des Elektrons ist *geradlinig* und dem Magnetfelde *parallel*.

Natürlich gelten diese Aussagen nur asymptotisch für hinreichend starke Felder: wenn h nicht erheblich größer wie Δn ist, erfolgt die Schwingung nicht genau in Richtung des Magnetfeldes, vielmehr haben dann die verhältnismäßigen Größen von n_1, n_2, n_3 Einfluß auf die A, B, C und die Schwingungsbahn wird nach der einen oder anderen der Hauptachsen 1, 2, 3 hin deformiert sein.

$$(b) \quad \alpha_1^2 = n^2 + n h + \varrho_1 \quad (\text{Gleichung (20)}).$$

Bei diesem Schwingungsmodus wird

$$n_i^2 - \alpha_1^2 = \varepsilon_i - \varrho_1 - n h \cong -n h,$$

da ϱ_1 nach (21) von der Größenordnung ε_i und ε_i nur von der Größenordnung $n \Delta n$ ist, während $h \gg \Delta n$ vorausgesetzt wird. Die Gleichungen (22) können daher jetzt angenähert so vereinfacht werden:

$$(24) \quad \begin{cases} i h A = h_3 B - h_2 C, \\ i h B = h_1 C - h_3 A, \\ i h C = h_2 A - h_1 B, \end{cases}$$

mit Rücksicht darauf, daß selbst für die stärksten realisierbaren Magnetfelder $\alpha_1/n \cong 1$ ist.

Durch Multiplikation der vorstehenden Gleichung mit h_1, h_2, h_3 bzw. A, B, C schließt man

$$(25) \quad \begin{cases} h_1 A + h_2 B + h_3 C = 0, \\ A^2 + B^2 + C^2 = 0. \end{cases}$$

Die erste dieser Gleichungen besagt, daß die Schwingungsrichtung auf dem Magnetfelde senkrecht steht, die zweite, daß es sich um keine reelle Schwingungsrichtung und keine geradlinige Schwingung handelt, daß vielmehr die A , B , C infolge von Phasenfaktoren komplex sind und die Schwingung zirkular erfolgt. Wir sehen letzteres sofort ein, wenn wir die Gleichungen (24) auf ein bequemerer Achsenkreuz umschreiben, was deshalb geschehen kann, weil in der Annäherung (24) die Beziehung auf die Hauptachsen 1, 2, 3 ganz verschwunden ist. Legen wir also ein neues Koordinatensystem $\xi\eta\zeta$ mit der ζ -Achse in die h -Richtung und schreiben wir als Schwingungsgleichungen an Stelle von (1)

$$\xi = u e^{i\alpha t}, \quad \eta = v e^{i\alpha t}, \quad \zeta = w e^{i\alpha t},$$

wobei im vorliegenden Falle $\alpha = \alpha_1$ zu denken ist, so treten in den Gleichungen (24) u , v , w an Stelle von A , B , C und 0 , 0 , h an Stelle von h_1 , h_2 , h_3 . Die Gleichungen (24) lauten also jetzt speziell

$$(24a) \quad iu = v, \quad iv = -u, \quad w = 0.$$

Hier zeigen die beiden ersten Gleichungen gemeinsam den *zirkularen Charakter der Schwingung* (Phasenunterschied um $\pi/2$, Amplitudengleichheit der ξ - und η -Komponente), die letzte Gleichung (24a) besagt nur abermals, daß diese Schwingung in einer *Ebene senkrecht zum Magnetfelde* erfolgt. Bezüglich des Sinnes der Kreisschwingung kann man bemerken, daß diese nach (24a) mit der positiven Richtung von h eine Linksschraube, also (man denke an den negativen Wert von e in $h = e/mH$) mit der positiven Richtung von H eine Rechtsschraube bestimmt.

$$(c) \quad \alpha_3^2 = n^2 - nh + \rho_3.$$

Die Betrachtungen unter (b) gelten ungeändert, nur mit Vorzeichenumkehr von h oder, was dasselbe bedeutet, von i in den Gleichungen (24) und (24a). Diese Vorzeichenumkehr bedingt den *umgekehrten* Sinn der Kreisschwingung um die Richtung des Magnetfeldes.

Die Angaben unter (b) und (c) gelten wie die unter (a) genau nur bei hinreichend großem h . Anderenfalls wird statt der Kreisschwingung senkrecht zu h etwa eine Ellipsenbahn in einer benachbarten Ebene auftreten.

Von der Schwingungsrichtung des Elektrons schließt man auf die Polarisation des von ihm ausgesandten Lichtes genau so wie in der elementaren Theorie: Bei longitudinaler Betrachtung fällt die Mittelkomponente mit der Frequenz α_2 fort, da (bei hinreichend starken Feldern) die zugehörige Schwingung der Beobachtungsrichtung parallel ist und es entsteht das zirkular polarisierte Dublet mit den Frequenzen α_1, α_3 . Bei transversaler Beobachtung etwa in Richtung der vorher eingeführten Koordinatenachse ξ fallen die ξ -Komponenten der beiden Frequenzen α_1, α_3 fort, aber es bleiben die η -Komponenten dieser beiden Frequenzen als äußere Komponente des entstehenden Triplets übrig, mit Schwingungsrichtungen senkrecht zum Magnetfelde, sowie die Mittelkomponente α_2 , mit Schwingungsrichtung parallel zum Magnetfelde, also alle drei linear polarisiert.

Wir haben noch in Kürze von den Polarisationsverhältnissen bei schwachem Felde zu sprechen. Was zunächst den feldfreien Fall betrifft, so erfolgen in diesem die Hauptschwingungen mit den Frequenzen n_1, n_2, n_3 geradlinig nach den drei Achsen 1, 2, 3. Diese Achsen haben aber keine Vorzugsrichtungen im Raume, sondern wechseln nach unserer Vorstellung beliebig mit der Drehung des Moleküls. Das ursprüngliche Triplet ist daher unpolarisiert. Nehmen wir sodann ein so schwaches magnetisches Feld, daß die Frequenzen $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ noch nahezu mit n_1, n_2, n_3 übereinstimmen, wie im Anfange des § 2 bei den Gleichungen (9) angenommen wurde. Dann berechnen wir die „Schwingungsrichtung“ $A:B:C$ aus den Gleichungen (22), indem wir in den (wegen h kleinen) Größen rechterhand für A, B, C ihre feldfreien Werte einsetzen, also z. B. bei Behandlung der ersten Eigenschwingung $\alpha_1 \cong n_1$ die Werte: $A, 0, 0$. Also ergeben die beiden letzten Gleichungen von (22):

$$A:B:C = 1 : \frac{-i n_1 h_3}{n_3^2 - n_1^2} : \frac{+i n_1 h_2}{n_2^2 - n_1^2}.$$

Die beiden letzten Glieder dieser Proportion sind $\ll 1$, wie es sein muß: ihre Nenner sind $\cong n \Delta n$, ihre Zähler aber $\cong n h$ und es ist für sehr schwache Felder $h \ll \Delta n$. Überdies eilen wegen des Faktors i die Komponenten B, C unserer

Schwingungsrichtung gegen A um die Phasendifferenz $\pm \pi/2$ vor oder nach. Daraus folgt, daß die (bei fehlendem Felde lineare) Schwingungsbahn zunächst in eine schmale Ellipse verwandelt wird, deren große Achse mit der Richtung 1 identisch ist. Indem diese Achse beliebig im Raume wechselt, ergibt sich zunächst noch keine Polarisierung des von dieser Schwingung ausgestrahlten Lichtes; bei sehr kleinem h ist der Polarisierungseffekt ebenso wie in Gleichung (9) der Einfluß auf die Lage der Linien in erster Näherung Null, d. h. von der zweiten Ordnung klein. Bei stärker werdendem h aber muß sich natürlich ein stetiger Übergang zu der vollkommenen Polarisierung bei starken Feldern einstellen.

So wie bei der ursprünglichen Entdeckung von Zeeman der Nachweis der Polarisierung das Entscheidende war, so ist auch für die Entdeckung von Paschen-Back die mit zunehmendem Felde sich vervollkommende Polarisierung des normalen Triplets das charakteristische Moment, welches der theoretischen Deutung die sicherste Handhabe bietet.

§ 4. Ergänzende und Schlußbetrachtungen.

Es ist leicht, zu sehen, weshalb die definitive Linienbreite der Mittelkomponente bei starken Feldern, wie am Schlusse des § 2 bemerkt, von der Breite des ursprünglichen Triplets n_1, n_2, n_3 sein muß. Liegt z. B. momentan die Hauptachse 3 in Richtung des Magnetfeldes, wie wir in § 1 annahmen, so hat die Mittelkomponente die Frequenz n_3 ; liegt aber die Hauptachse 1 oder 2 in dieser Richtung, so wird auch die Frequenz der Mittelkomponente gleich n_1 oder n_2 . Diese Komponente muß also eine Ausdehnung haben, welche die Linien des ursprünglichen Triplets umfaßt. Dementsprechend ergibt sich auch aus unseren Gleichungen (19) und (18) für ϱ_2 und α_2^2 z. B. bei $\gamma = 0$, $\alpha = \beta = \pi/2$:

$$\varrho_2 = n_3^2 - n^2, \quad \alpha_2^2 = n_3^2$$

und ebenso bei $\alpha = 0$ oder $\beta = 0$: $\alpha_2^2 = n_1^2$ oder $\alpha_2^2 = n_2^2$. Ähnliches gilt von den Seitenkomponenten. Liegt wieder die Hauptachse 3 in Richtung des Magnetfeldes, so ist nach § 1, Gleichung (5) die Frequenz der violetteren Seitenkomponente (mit der dort benutzten Bedeutung von n):

$$(25) \quad \alpha^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2} + \sqrt{\frac{n_1^2 + n_2^2}{2}} h.$$

Dementsprechend ergibt sich aus Gleichung (21) und (20) für $\gamma = 0$:

$$\varrho_1 = -\frac{1}{2}(n_3^2 - n^2), \quad \alpha_1^2 = \frac{3}{2}n^2 - \frac{n_3^2}{2} + nh,$$

also mit der hier gemeinten Bedeutung von n (vgl. Gleichung (12)):

$$(25a) \quad \alpha_1^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2} + \sqrt{\frac{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}{3}} h.$$

Dies ist in der Tat identisch mit (25) bis auf Glieder von der Ordnung $h \Delta n$, welche bei unseren Rechnungen vernachlässigt sind. Bei anderer Orientierung des Teilchens treten z. B. n_2, n_3 an Stelle von n_1, n_2 . Man bekommt also die Grenzen der verbreiterten Seitenkomponenten, indem man die Abstände in dem ursprünglichen Triplet halbiert und eine Verschiebung um $\pm nh$ vornimmt. Daraus folgt, daß die Seitenkomponenten eine Ausdehnung haben von der halben Breite des Linienabstandes in dem ursprünglichen Triplet.

Zur Vermeidung mathematischer Komplikationen wollen wir uns für das Folgende auf den einfachen Fall eines ursprünglichen Dublets beschränken, also etwa $n_1 = n_2$ voraussetzen. Die Niveauflächen gleichen Potentials der quasi-elastischen Bindung sind dann nicht mehr dreiaxige, sondern Rotationsellipsoide. Wir prüfen unter dieser Voraussetzung, mit welcher Häufigkeit die in unseren diffusen Linien enthaltenen individuellen Frequenzen auftreten würden, wenn alle Lagen des Magnetfeldes in unserem Achsenkreuz 1, 2, 3 gleichberechtigt sind. Wegen der vorausgesetzten Rotationssymmetrie sind alle möglichen solcher Lagen durch den einzigen Winkel $\alpha = \Theta$ zu charakterisieren, den das Magnetfeld mit der Achse 1 bildet. Offenbar ist die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Wertes Θ mit Spielraum $d\Theta$ gleich

$$(26) \quad dw = \frac{1}{2} \sin \Theta d\Theta.$$

Nach Gleichung (19) gilt für die Mittelkomponente bei starken Magnetfeldern, $n_3 = n_2$ und $\alpha = \Theta$ gesetzt, mit Rücksicht auf die Definition von n in Gleichung (12):

$$\varrho_2 = (n_1^2 - n_2^2)(\cos^2 \Theta - \frac{1}{2}).$$

In der unbenannten Koordinate

$$(27) \quad s = \frac{\varrho_2}{n_1^2 - n_2^2} = \cos^2 \Theta - \frac{1}{3}$$

gemessen, erstreckt sich also die Linie von $s = -\frac{1}{3}$ bis $s = +\frac{1}{3}$. Die einzelnen Intervalle ds der Linie treten aber mit verschiedener Häufigkeit auf. Denn es ist nach (26) und (27)

$$ds = -2 \cos \Theta \sin \Theta d\Theta = -4 \cos \Theta d\omega = -4 \sqrt{s + \frac{1}{3}} dw,$$

also

$$(28) \quad dw = \frac{1}{4} \frac{|ds|}{\sqrt{s + \frac{1}{3}}}.$$

In Fig. 2 ist dw/ds zur Abszisse s aufgetragen. Die Stelle $s = -\frac{1}{3}$ ist in dieser Kurve stark betont. Sie entspricht wegen

$$\alpha_2^2 = n^2 + \varrho_2, \quad \varrho_2 = -\frac{1}{3}(n_1^2 - n_2^2), \quad n^2 = \frac{n_1^2 + 2n_2^2}{3}$$

der Frequenz

$$\alpha_2 = n_2.$$

Diese Frequenz tritt immer dann auf, wenn eine Achse der Äquatorebene des zu unserem Elektron gehörigen Rotationsellipsoides in die Richtung des Magnetfeldes fällt. Fig. 2 gibt zugleich die Intensitätsverteilung in der aus einem Dublet entstandenen Mittelkomponente bei transversaler Beobachtungsrichtung. Der Intensitätsverteilung nach hat also die Mittelkomponente einen scharf hervorgehobenen Rand auf derjenigen Seite, die der doppelt zählenden Linie des Dublets entspricht.

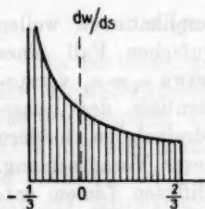


Fig. 2.

Da sich nach (21) ϱ_1 und ϱ_3 von ϱ_2 nur durch den Faktor $\frac{1}{3}$ unterscheiden, gilt die vorige Figur wesentlich ungeändert auch für die Häufigkeit der Schwingungszahlen und die Verteilung der Intensität in den Seitenkomponenten. Der hervorgehobene Rand derselben entspricht wieder dem Falle, wo das Rotationsellipsoid mit einer Achse seiner Äquatorebene in die Richtung des Magnetfeldes steht.

Es entsteht nun aber die Frage, ob die hier angenommene Gleichwahrscheinlichkeit der Orientierung unseres Teilchens nach allen Richtungen auch unter dem Einfluß eines starken Magnetfeldes zulässig ist oder ob eine Selbsteinstellung des

Teilchens im Felde stattfindet. Diese Frage ist aus verschiedenen Gründen wichtig, unter anderem deshalb, weil sich aus einer bevorzugten Lage des Teilchens auch eine bevorzugte Schwingungszahl in der Linie und damit eine Verschärfung der Linie ergeben würde, wie sie bei der Mittelkomponente des Sauerstofftriplets mit wachsendem Felde tatsächlich vorhanden zu sein scheint.

Wir betrachten zunächst der Übersichtlichkeit wegen drei verschiedene Hauptfrequenzen n_1, n_2, n_3 , gehen aber alsbald wieder zum Spezialfalle $n_2 = n_3$ über.

Welche Drehmomente überträgt unser schwingendes Elektron auf die Achsen 1, 2, 3? Offenbar wirkt es auf diese nur durch die Komponenten seiner quasielastischen Kraft. Wäre es isotrop gebunden, so ginge die quasielastische Kraft unter allen Umständen durch den Ursprung der Achsen 1, 2, 3 und die Drehmomente würden verschwinden. Im allgemeinen ist das Drehmoment um 1:

$$M_1 = yZ - zY,$$

wenn y, z Koordinaten des Elektrons, Y, Z Komponenten der quasielastischen Kraft bedeuten. Die letzteren sind nach Definition der Frequenzen n_2, n_3 bzw.

$$Y = m n_2^2 y, \quad Z = m n_3^2 z.$$

Also

$$M_1 = m(n_3^2 - n_2^2)yz.$$

Die der Mittelkomponente entsprechende Schwingung (Frequenz α_2) ist geradlinig und nach dem Magnetfelde gerichtet. Für diese ist also

$$y = a \frac{h_2}{h} \cos \alpha_2 t, \quad z = a \frac{h_3}{h} \cos \alpha_2 t,$$

wo a die größte Elongation des Elektrons von der Gleichgewichtslage bedeutet; also

$$M_1 = m a^2 \frac{h_2 h_3}{h^2} (n_3^2 - n_2^2) \cos^2 \alpha_2 t$$

und durchschnittlich

$$\bar{M}_1 = \frac{m}{2} a^2 \frac{h_2 h_3}{h^2} (n_3^2 - n_2^2).$$

Im Falle des Rotationsellipsoids wird wegen $n_2 = n_3$ dieses Moment gleich 0; die quasielastische Kraft liegt dann in einer

Meridianebene durch 1 und das resultierende Moment wirkt um die Äquatorachse senkrecht zu dieser Meridianebene. Es hat die Komponenten

$$\overline{M}_2 = \frac{m}{2} a^2 \frac{h_2 h_1}{h^3} (n_1^2 - n_2^2),$$

$$\overline{M}_3 = -\frac{m}{2} a^2 \frac{h_1 h_2}{h^3} (n_1^2 - n_2^2).$$

Bedeutet wieder Θ den Winkel zwischen der Achse 1 und dem Magnetfeld, so wird das ganze Moment im Durchschnitt der Zeit

$$M = \sqrt{\overline{M}_2^2 + \overline{M}_3^2} = \frac{m}{2} a^2 (n_1^2 - n_2^2) \cos \Theta \sin \Theta,$$

indem nämlich $\sqrt{h_2^2 + h_3^2}/h = \sin \Theta$ ist. Daß sich dieses Moment von der Größe des Magnetfeldes unabhängig ergibt, ist offenbar asymptotisch aufzufassen und gilt nur bei hinreichend starken Feldern. Bei schwachen Feldern wird das Moment mit abnehmendem h kontinuierlich zu Null gehen müssen. Wird das Teilchen aus der Lage 1 in die Lage Θ übergedreht, unter fortwährender Schwingung des Elektrons mit der Amplitude a , so leisten dabei die Bindungskräfte die Arbeit

$$\chi = \int_0^\Theta M d\Theta = \frac{m}{4} a^2 (n_1^2 - n_2^2) \sin^2 \Theta.$$

Die mittlere kinetische Energie des Elektrons ist nach dem obigen Ansatz für seine Bewegung

$$E = \frac{m}{2} a^2 \left(\frac{d}{dt} \cos \alpha_2 t \right)^2 = \frac{m}{4} a^2 n^2,$$

indem $\alpha_2 \cong n$. Daher auch

$$(29) \quad \chi = E \frac{n_1^2 - n_2^2}{n^2} \sin^2 \Theta.$$

Nach einem wohlbekannten Satz von Boltzmann tritt nun zu der oben benutzten Wahrscheinlichkeit dw wegen der potentiellen Energie χ der Faktor hinzu

$$(30) \quad e^{-\frac{\chi}{kT}} = e^{-\frac{E}{kT} \frac{n_1^2 - n_2^2}{n^2} \sin^2 \Theta},$$

wo T die Temperatur des Dampfes. Am nächsten würde es liegen $E = \frac{3}{2} kT$ zu setzen, indem man die Bewegung des Elektrons im statistischen Gleichgewicht mit der der Dampfmoleküle annimmt. Allgemeiner kann man setzen $E = kT'$, wo T' , sozusagen die Temperatur des Leuchtens, erheblich höher sein könnte wie die Temperatur T des Dampfes. Es müßte aber schon T'/T eine ungeheure Zahl sein, wenn

$$\frac{T'}{T} \frac{n_1^2 - n_2^2}{n^2} = \frac{T'}{T} \frac{2\Delta n}{n} = \frac{T'}{T} \frac{2\Delta\lambda}{\lambda}$$

nicht sehr klein werden soll; denn es ist für unser Sauerstofftriplet z. B. $\Delta\lambda/\lambda < 10^{-4}$. Wir schließen hieraus, daß in dem von uns zugrunde gelegten Modell das Magnetfeld (auf dem Umwege über die anisotrope Bindung) keine merkliche Richtkraft auf das Achsenkreuz ausübt, in dem das Elektron schwingt.

Wenn man — mit einer zweifellos recht problematischen Anwendung der Quantenvorstellung auf unseren Fall — annehmen wollte, daß die Energie E des schwingenden Elektrons mit seiner Schwingungszahl ν proportional ist, gleich 0, $h\nu$, $2h\nu$, ... könnte allerdings die überwiegende Kleinheit des Faktors $(n_1^2 - n_2^2)/n^2 = 2\Delta\nu/\nu$ scheinbar durch die Größe von E kompensiert werden. Bemerken wir, daß für sichtbares Licht z. B. von $\lambda = 0,4 \mu$ und für eine Temperatur von beispielsweise 1000° absolut $h\nu/kT$ groß wird (rund gleich 30); nach der Quantentheorie hat man dann zu schließen, daß die Anzahl der Resonatoren, die kein Energieelement erhalten, sehr groß ist gegen die Zahl derjenigen, die ein $h\nu$ haben, und daß wieder die letztere sehr groß ist gegen die Zahl der mit zwei Energieelementen versehenen Oszillatoren. Da es sich nun in unserer „mittleren“ Energie E um ein zeitliches Mittel handelt (nicht um ein Mittel über alle Teilchen, von denen ja die nichtschwingenden für uns ganz ausscheiden), so kann man E für die überwiegende Mehrzahl der in Betracht kommenden Teilchen direkt gleich $h\nu$ setzen und erhält an Stelle von (30)

$$e^{-\frac{x}{kT}} = e^{-\frac{2h\Delta\nu}{kT} \sin^2\theta}$$

Aber auch jetzt würde bei den Verhältnissen unseres Sauerstofftriplets und $T = 1000^\circ$ der Faktor von $\sin^2\theta$ im Exponenten kleiner als $1/100$ sein, so daß eine Einstellung im

Magnetfelde wohl gar nicht in Betracht kommen kann. Dieses Resultat, welches hier für die Mittelkomponente des Triplets abgeleitet ist, gilt in gleicher Weise für die Seitenkomponenten.

Zur Beurteilung der vorstehenden Rechnung wird der folgende Zusatz nützlich sein. Wir haben die Drehmomente M_1 , M_2 , M_3 aus den quasielastischen Reaktionen berechnet; wir hätten sie ebensogut aus den vom Magnetfelde auf das Elektron übertragenen Kräften berechnen können. Nach den Bewegungsgleichungen (vgl. den Anfang des § 2) sind die magnetisch berechneten Momente den quasielastisch berechneten im Zeitmittel gleich. Aus der y - und z -Komponente der Bewegungsgleichungen folgt nämlich durch Multiplikation mit z und y

$$m(y\ddot{z} - z\ddot{y}) + m(n_3^2 - n_2^2)yz = e\{y[v\mathfrak{H}]_x - z[v\mathfrak{H}]_y\}.$$

Der erste Term links, das Moment der „Massenwirkung“, ist gleich

$$m \frac{d}{dt}(y\dot{z} - z\dot{y}),$$

verschwindet also für jede periodische Bewegung im Mittel der Zeit; der zweite Term links ist das Moment M_1 nach unserer früheren Berechnung. Rechts steht das Moment der Biot-Savartschen Kraft um die Achse 1 (e elektromagnetisch gemessen, $[\]$ gleich Vektorprodukt), welches also mit unserem früheren M_1 identisch ist. Daß wir dieses Moment unabhängig von der Größe von \mathfrak{H} (nur abhängig von seiner Richtung) fanden, zeigt offenbar, daß sich die Elektronenbewegung um so vollständiger nach dem Magnetfelde orientiert, je stärker dieses ist — ganz in Übereinstimmung mit unseren früheren Resultaten über die zunehmende Vollständigkeit der Polarisierung. Bei den Kreisschwingungen der Seitenkomponenten z. B. richtet sich der Schwingungskreis mit zunehmendem Felde immer mehr senkrecht, die Achse des äquivalenten Stabmagneten also immer mehr parallel zum Felde. Die Wirkung des Feldes auf diesen Stabmagneten ist aber proportional dem Produkt aus dem Winkel zwischen beiden und aus der Größe des Feldes, erscheint also für sehr starke Felder in der Form $0 \cdot \infty$ und kann sich daher, wie wir fanden, einem endlichen von H unabhängigen Werte nähern.

Ähnliches gilt für die lineare Schwingung der Mittelkomponente, für welche mit zunehmender Linearität das Moment des äquivalenten Stabmagneten selbst gleich Null wird.

Beim Sauerstoff könnte man eine Selbsteinstellung des Moleküls statt von dem Schwingungsmechanismus direkt erwarten von dem paramagnetischen Charakter des Sauerstoffmoleküls. Seine Suszeptibilität ist nach Curie pro Gramm

$$\chi = \frac{33700 \cdot 10^{-6}}{T};$$

nach der Langevinschen Theorie hängt sie mit dem im einzelnen Molekül zu supponierenden permanenten Momente M so zusammen:

$$\chi = \frac{N M^2}{3 k T}$$

(N = Anzahl der Moleküle im Gramm = $6,2 \cdot 10^{23}/32$). Man berechnet hieraus

$$M = 2,6 \cdot 10^{-20}.$$

Die potentielle Energie dieses permanenten Momentes im Magnetfelde H ist

$$\chi = - M H \cos \Theta.$$

Der Exponentialfaktor im Boltzmannschen Gesetz wird daher

$$e^{-\frac{\chi}{k T}} = e^{\frac{M H}{k T} \cos \Theta}.$$

Hätte man beliebig große Felder zur Verfügung, so würde sich hier, wegen der tatsächlichen Abhängigkeit der Verteilung von H , allerdings eine vollständige Einstellung im Magnetfelde ergeben. Indessen ergibt sich bei $H = 30000$ Gauss mit den vorstehenden Daten auch jetzt nur

$$\frac{M H}{k T} < \frac{1}{100}.$$

Ein merklicher Einstellungseffekt kann daher auch jetzt nicht erwartet werden und wäre wohl nur, wie Langevin bemerkt, auf dem Wege der magnetischen Doppelbrechung nachzuweisen.

Viele Fragen bleiben bei dieser vorläufigen Behandlung des Problems offen: außer der eben besprochenen Frage nach der Reduktion der Linienbreite z. B. die Frage nach den

Intensitätsverhältnissen der Linien, namentlich aber die komplizierteren magnetischen Typen bei Dublets und Triplets von größerem Unterschied der Frequenzen. Immerhin aber darf man sagen, daß die wesentlichsten Ergebnisse von Paschen und Back — ganz im Sinne der ursprünglichen Lorentz'schen Theorie — durch die einfachsten Annahmen verständlich werden, und man darf hoffen, daß die Magnetooptik, die sich in den letzten Jahren in einem Stadium zunehmender Komplikation befand, durch die Entdeckung von Paschen und Back zu ihrer ursprünglichen Einfachheit zurückgeführt werden möge.

(Eingegangen 6. Februar 1913.)

Zusätze bei der Korrektur: Hr. Paschen teilt mir freundlichst mit, daß beim Sauerstofftriplet die von Mitte zu Mitte der Seitenkomponenten gemessene Aufspaltung (vgl. oben p. 751) bei 40000 Gauss tatsächlich normal wird, wie es nach unserer Auffassung sein muß, und daß die Mittelkomponente schließlich ganz scharf ist, was unsere Auffassung nicht erklären kann.

Die inzwischen von Hrn. Fortrat auf der Schweizer Naturforschergesellschaft mitgeteilten Ergebnisse über die Verwandlung der Linien Na 2852 und Na 3303 stimmen vortrefflich mit unserer Bedingung $h \gg \Delta n$ überein. Dieser Bedingung kommt offenbar — als einer Art Dimensionsbeziehung — ein höherer Grad von Sicherheit zu als dem speziellen Modell, aus welchem sie abgeleitet ist.

Dieses Modell drängt sich als nächste Verallgemeinerung von Lorentz elementarer Theorie von selbst auf. Es wurde von Lorentz ursprünglich (1897) und von Voigt neuerdings (Göttinger Nachr. 1912, Über elektrische und magnetische Doppelbrechung III) als Erklärung des Zeemaneffektes abgewiesen, weil hier im allgemeinen keine Linienerweiterung auftritt und weil die komplizierten Zeemaneffekte damit unerklärt bleiben. Aber die Ergebnisse von Paschen und Back scheinen mir, für sich betrachtet und schematisiert, gerade auf diese einfachste Vorstellung hinzuweisen.

**10. Die verschiedenen
lichtelektrischen Erscheinungen am Anthracen,
ihre Beziehungen zueinander,
zur Fluoreszenz und Dianthracenbildung;
von Max Volmer.**

(Auszug aus der Leipziger Habilitationsschrift.)

**Lichtelektrisches Verhalten von Anthracenlösungen
in gereinigtem Petroläther.**

Die lichtelektrische Empfindlichkeit gelöster Stoffe mußte sich äußern als Leitfähigkeitserhöhung der Lösung. Es gibt nun zwei Möglichkeiten, wie eine Leitfähigkeitserhöhung durch Licht eintreten kann. Die eine Möglichkeit ist eine direkte Ionisierung analog der Gasionisierung durch ultraviolette Licht. Die andere Möglichkeit besteht darin, daß infolge eines photochemischen Prozesses ohne vorhergehende Ionisierung ein neuer Körper entsteht, der stark elektrolytisch dissoziiert ist. Die von Gibson¹⁾, Roloff²⁾ usw. beobachteten Leitfähigkeits-erhöhungen gehören zweifellos zu der zweiten Rubrik.

Die Versuche, Ionisierungseffekte nachzuweisen, sind bisher immer resultatlos verlaufen.³⁾ Die von Nichols und Merritt⁴⁾ beobachteten Erscheinungen wurden durch Goldmann⁵⁾ auf andere Ursachen zurückgeführt. Speziell Anthracenlösungen

1) G. A. Gibson, Zeitschr. f. physik. Chem. 23. p. 349. 1897; Beibl. 21. p. 864. 1897.

2) M. Roloff, Zeitschr. f. physik. Chem. 26. p. 337. 1898.

3) Die Arbeiten sind zusammengestellt in der bereits erwähnten Arbeit von A. Goldmann, Ann. d. Phys. 27. p. 449. 1908.

4) E. F. Nichols u. E. F. Merritt, Phys. Rev. 18. p. 457. 1904; Beibl. 29. p. 33. 1905.

5) A. Goldmann, l. c.

in Benzol und Hexan sind von Stark¹⁾ mit negativem Erfolg untersucht worden. Auch bei diesen Versuchen wird wie in allen übrigen Fällen das Ausbleiben des Effektes auf eine zu hohe Dunkelheitsfähigkeit geschoben, die den Effekt überdeckt. In der Zeitschrift für Elektrochemie 15. p. 331 berichtet Byk über das Resultat einer Arbeit von Byk und Bork²⁾: „Um eine Wirkung der dritten Art“ (nämlich primäre Ionisierung) „hingegen handelt es sich nach einer Untersuchung von A. Byk und H. Bork bei der von diesen aufgefundenen Änderung des Leitvermögens von Anthracenlösungen im Licht“. — Dagegen steht in der Originalabhandlung: „Es ist nun zu entscheiden, ob die beobachtete Erhöhung des Leitvermögens ein Photoeffekt im gewöhnlichen Sinne ist, d. h. also von einer photoelektrisch empfindlichen Anthracenschicht an der Elektrode herrührt, oder ob im Innern der Lösung durch eine Volumenionisation des Anthracens ein Leitvermögen entstanden ist . . . Wie man sieht, spricht der Versuch für die erste Annahme, daß es sich nämlich um einen gewöhnlichen Photoeffekt an einer Schicht der festen Substanz auf der Elektrode handelt.“

Demnach ist auch in diesem Falle keine Ionisierung der Lösung nachgewiesen, sondern es handelt sich nach Byk und Bork um einen Hallwachseffekt unter Hexan, wie er von Jaffé³⁾ am Zink nachgewiesen wurde.

Die im folgenden beschriebenen Versuche mit Anthracen in Hexan, die ohne Kenntnis der Byk und Borkschen Arbeit begonnen wurden, bilden eine Wiederholung dieser Versuche und bestätigen ihre Ergebnisse. Aus Kahlbaumschem Benzin 70—80° wurde durch wiederholte fraktionierte Destillation ein zwischen 68—70° übergehendes Produkt gewonnen, welches in der Hauptsache aus Hexan besteht und je nach der noch vorhandenen Leitfähigkeit zwei- bis dreimal weiter destilliert wurde. Das Anthracen wurde durch wiederholte vorsichtige Sublimation gereinigt.

1) J. Stark, Physik. Zeitschr. 10. p. 618, Fußnote. 1909.

2) A. Byk u. H. Bork, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges. 12. p. 631. 1910.

3) G. Jaffé, Physik. Zeitschr. 11. p. 571. 1910.

Die erste Versuchsanordnung war folgende Fig. 1. *A* ist ein Gefäß aus platinierterm Glas mit einem nichtplatinieren Glasfenster *a*. Die für die Polymerisation und Fluoreszenz-erregung wirksamen Strahlen werden größtenteils von Glas

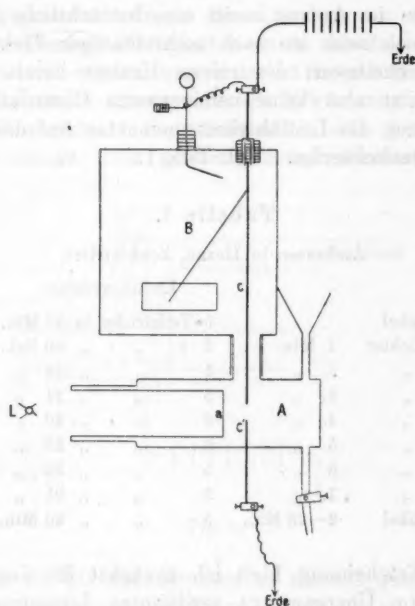


Fig. 1.

hindurchgelassen. *B* ist ein Goldblattelektroskop, dessen verlängerter Goldblattträger *c* in das Gefäß *A* hineinragt. Gegenüber befindet sich die geerdete Elektrode *c'*. Die Ablesung geschah mittels Mikroskop und Okularskala. Ein Teilstrich der Okularskala entsprach 0,5 Volt, die Kapazität des isolierten Systems betrug etwa 3,5 cm, das angelegte Potential 320 Volt. Der Ladungsverlust im Hexan betrug nach mehrstündiger elektrolytischer Reinigung fünf Teilstriche in 24 Minuten. Bei intensiver Belichtung mit einer Bogenlampe *L* im Abstand von 8 cm stieg der Ladungsverlust um einen geringen Betrag, doch

ist diese Erscheinung vielleicht der bei so langer Bestrahlungszeit unvermeidlichen Erwärmung zuzuschreiben.

Nach diesen Lehrversuchen wurden solche mit Anthracenlösung angestellt. Wegen der schlechten Löslichkeit des Anthracens wurden zunächst konzentrierte Lösungen angewandt. Diese zeigten im Anfang meist eine beträchtliche Dunkelleitfähigkeit, doch sank sie nach mehrstündiger Elektrolyse auf den Leitfähigkeitswert des reinen Hexans herab. Das Anthracen besitzt also keine nennenswerte Dissoziation. Beim Belichten stieg die Leitfähigkeit momentan auf das 50–100-fache des Dunkelwertes. Vgl. Tab. 1.

Tabelle 1.

Anthracen in Hexan, konzentriert.

		Ladungsverlust		
dunkel		5 Teilstriche in 22 Min.		
belichtet	1. Min.	5	"	40 Sek.
"	2. "	5	"	28 "
"	3. "	5	"	21 "
"	4. "	5	"	20 "
"	5. "	5	"	25 "
"	6. "	5	"	25 "
"	7. "	5	"	21 "
dunkel	8–28 Min.	5	"	20 Min.

Diese Erscheinung hielt ich zunächst für den gesuchten Effekt. Beim Übergang zu verdünnten Lösungen trat nun aber ein sprunghaftes Ausbleiben des Effektes ein. Wurden nicht ganz gesättigte Lösungen angewandt, so blieb der Effekt vollkommen aus. Zum mindesten war die Leitfähigkeitszunahme nur von der Größenordnung der Dunkelleitfähigkeit.

Diese Tatsache deutete darauf hin, daß aus den konzentrierten Lösungen sich infolge der Verdunstung des Hexans eine dünne Anthracenschicht auf den Elektroden abgeschieden hatte, die zum Auftreten der Erscheinung notwendig war. Tatsächlich war beim Belichten diese Schicht an der etwas helleren Fluoreszenz des festen Anthracens zu erkennen. Es schien also, als handele es sich um einen gewöhnlichen Hallwachseffekt unter Hexan.

Diese Resultate stimmen vollkommen mit den Bykschen Beobachtungen überein. Es wurde aber bereits bei diesen Versuchen die überraschende Tatsache gefunden, daß nach dem Ausgießen der Lösung und der Prüfung des Anthracens in Luft in derselben Anordnung kein Effekt erhalten wurde.

Leitfähigkeitsänderungen der Lösung von der Größenordnung der Dunkelleitfähigkeit konnten mit dieser Apparatur nicht untersucht werden wegen der zu langen Beobachtungszeit und der damit unvermeidlichen Erwärmung der Flüssigkeit beim Bestrahlen. Es wurde daher eine Anordnung benutzt, die infolge ihrer größeren Empfindlichkeit schon die

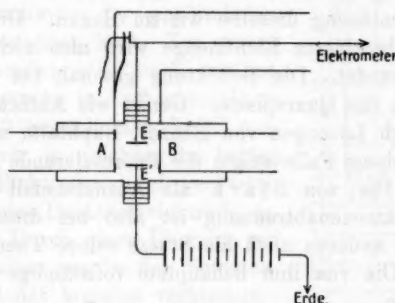


Fig. 2.

Ablesung in ein bis zwei Minuten zu machen gestattete. Das Gefäß hatte nebenstehende Form Fig. 2. *A* ist eine Quarzscheibe von 12 mm Durchmesser, *B* eine Glasscheibe. Die beiden 0,5 qcm großen platiniierten Elektroden *E* und *E'* sind durch Bernsteinisolation in den Ansatzstutzen *C* und *D* befestigt. Alle anderen Teile sind von Metall und geerdet. Zum Einfüllen der Lösung wurde die obere Elektrode mit dem Bernsteinstöpsel herausgenommen. Der Abstand der beiden Fenster betrug 9 mm, die Entfernung von den Elektroden je 1 mm. An die untere Elektrode wird ein Potential, gewöhnlich 320 Volt, angelegt. Die obere steht in Verbindung mit einem Wilsonschen Elektrometer, dessen Empfindlichkeit ein Teilstrich gleich 0,017 Volt war. Für gewöhnlich war das isolierte System geerdet und nur zu einer Messung wurde die

Erdung aufgehoben. Die Kapazität¹⁾ betrug bei 2 mm Plattenabstand und Hexanfüllung etwa 20 cm. Auf Grund dieser Daten wurde die Stärke des durch das Hexan fließenden Stromes in der bekannten Weise aus der Aufladungsgeschwindigkeit berechnet.

Auch mit dieser Anordnung erhielt ich dasselbe Ergebnis. Die Stromstärke im reinen Hexan betrug bei 2 mm Plattenabstand $3 \cdot 10^{-15}$ Amp. Bei Belichtung mit einer Eisenbogenlampe im Abstand von 8 cm betrug die Stromstärke in den ersten 6 Min. $6 \cdot 10^{-15}$, in den folgenden 6 Min. $9 \cdot 10^{-15}$.²⁾ Der Dunkelstrom in der Anthracenlösung betrug $6 \cdot 10^{-15}$. Beim Belichten stieg er auf $9 \cdot 10^{-15}$. Die Zunahme ist daher in der Anthracenlösung dieselbe wie im Hexan. Die durch das Anthracen absorbierte Lichtmenge wird also nicht zur Ionisierung verwendet. Die Belichtung geschah bei diesen Versuchen durch die Quarzplatte. Genau wie Anthracenlösungen verhielten sich Lösungen von Benzol, Naphtalin und Phenanthren. In keinem Falle zeigte die fluoreszierende Lösung eine Ionisation. Die von Stark als Ausnahmefall bezeichnete partielle Elektronenabtrennung ist also bei diesen Körpern, die er unter anderen auch als Stütze seiner Theorie anführt, die Regel. Die von ihm behauptete vollständige Abtrennung tritt nicht ein.

Der lichtelektrische Effekt des festen Anthracens unter Hexan und seine Beziehungen zu Hallwachseffekt und Leitfähigkeitseffekt.

Die oben erwähnte Beobachtung, daß Anthracen in Luft keinen lichtelektrischen Effekt gab, während unter einer konzentrierten Lösung in Hexan ein solcher auftrat, veranlaßte mich, den entsprechenden Versuch mit der zweiten Anordnung zu wiederholen. Dabei ergab sich, daß in Luft nur dann ein

1) Vgl. p. 789.

2) Jaffé beobachtete bei seiner Arbeit (Physik. Zeitschr. 11. p. 571) ebenfalls eine geringe Leitfähigkeitsänderung des Hexans beim Bestrahlen. Die von Szivessy und Schäfer (Ann. d. Phys. 35. p. 511. 1911) am Paraffinöl beobachteten Effekte sind offenbar derselben Natur. Es scheint mir bedenklich, sie als primäre Ionisierung aufzufassen.

Effekt auftrat, wenn durch die Quarzplatte belichtet wurde. Weitere Versuche mit Lichtfiltern zeigten, daß der Hallwacheffekt des Anthracens in Luft bereits durch eine 5 mm dicke Alkoholschicht zwischen zwei Quarzplatten um mindestens 98 Proz. geschwächt wurde. Dieses Filter erwies sich bei einer spektroskopischen Prüfung als vollkommen durchlässig bis 225μ , woraus zu entnehmen ist, daß die wirksamen Strahlen unterhalb 225μ liegen. Der Hallwacheffekt des Anthracens findet also gar nicht in dem oberhalb 225μ liegenden bekannten Bandenspektrum (Fig. 3) statt, sondern in einem Absorptionsgebiet, dessen Charakter noch nicht bekannt ist und außerhalb der Reichweite der gewöhnlichen Quarzspektrographen liegt. Zur experimentellen Anordnung sei noch erwähnt, daß diese Versuche in Luft ebenfalls in dem in Fig. 2 gezeichneten Gefäß ausgeführt wurden, in welchem die beiden wagerechten Elektroden durch zwei vertikale, davon eine Drahtnetzelektrode, ersetzt waren. Durch einen Überzug von feuchter Gelatine wurde der lichtelektrische Effekt des Metalles verhindert.

Für die Untersuchung des Effektes unter der Lösung war die Anordnung weniger geeignet, weil die Flüssigkeitsschicht zwischen Quarzplatte und Anthracenelektrode die wirksamen Strahlen größtenteils absorbierte. Es wurde daher entweder die Anordnung mit horizontalen Platten benutzt, wobei in der Hauptsache das Anthracen zur Wirkung kommt, welches an dem an das Fenster grenzenden Rand der Elektrode sitzt, oder es wurde folgende Anordnung benutzt (Fig. 4). Auf die als eine Elektrode dienende, versilberte Quarzplatte *A*, von 4 cm Durchmesser, ist ein 2 cm hoher Glasring mit Gelatine aufgekittet. Der Glasring ist innen und außen bis auf einige Millimeter vom Boden mit Stanniol belegt. Er paßt mit leichter Reibung in das Messinggefäß *B*, welches mittels Bernsteinisolation die andere Elektrode trägt. Die Beleuchtung geschieht von unten her mit Hilfe eines Umkehrprismas.

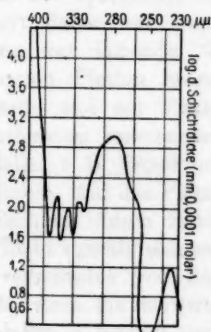


Fig. 3.

Durch Abdunstenlassen einer dünnen Schicht konzentrierter Anthracenlösung erhält man auf der Elektrode *A* einen feinen Überzug von festem Anthracen. Dann wird das Gefäß mit konzentrierter Lösung gefüllt. Die andere Elektrode, die in 1 cm Abstand sich befindet, wird nur von einem ganz geringen Bruchteil der wirksamen Strahlen getroffen.

Es war nun nach der Arbeit von Jaffé¹⁾ über den lichtelektrischen Effekt von Zink unter Hexan im höchsten Grade unwahrscheinlich, daß ein Hallwachseffekt unter Hexan stärker oder gar in einem längerwelligen Licht auftritt, als in Luft.

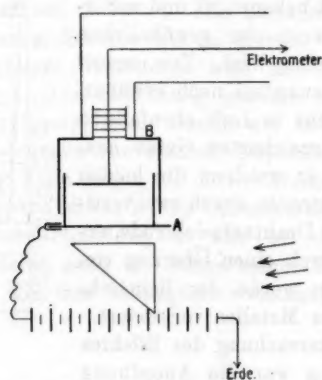


Fig. 4.

Ich vermutete daher, daß es sich überhaupt nicht um einen Elektronenausritt handelte. Es zeigte sich denn auch, daß der Effekt nicht unipolar war, sondern bei positiver und negativer Ladung der Anthracenelektrode nahezu mit gleicher Stärke auftrat. Um sicher zu sein, daß nur die eine der beiden Elektroden mit Anthracen bedeckt war, wurde so verfahren. Die untere Elektrode wurde mit einigen Anthracenkristallen bedeckt, das Gefäß zur Hälfte mit konzentrierter Lösung gefüllt und dann vorsichtig mit reinem Hexan überschichtet. Der Effekt war in derselben Weise bipolar wie

1) G. Jaffé, l. c.

vorher, nur war er nicht konstant infolge der Auflösung des Anthracens, die durch die allmähliche Verdünnung der Lösung durch das Hexan eintrat. Es handelt sich also offenbar um negativ und positiv geladene Anthracenionen, die durch das Belichten entstehen und unter dem Einfluß des elektrischen Feldes in das Lösungsmittel austreten, und man sollte erwarten, daß an den belichteten Stellen das Anthracen allmählich vollständig in Lösung geht. Das ließ sich in diesem Falle jedoch nicht nachweisen. Dagegen konnte der Beweis bei einem Körper, der sich ähnlich verhält, erbracht werden, nämlich beim Schwefel. Er ist in Hexan nur spurenhaf löslich, die konzentrierte Lösung absorbiert daher nur wenig wirksames Licht. Die Versuchsanordnung war folgende. In dem Gefäß (Fig. 2) waren die horizontalen Platten ersetzt durch ein vertikales Platinblech einerseits und ein Platindrahtnetz andererseits in etwa 3 mm Entfernung voneinander. Platin wurde gewählt, weil andere Metalle, z. B. Silber und Kupfer, beim Belichten mit Schwefel reagieren. Auf das Platinblech wurde eine sehr dünne Schwefelschicht durch Sublimation niedergeschlagen. Die Schwefelschicht verhält sich nun beim Belichten unter Hexan insofern verschieden von dem Anthracen, als nur dann ein Strom fließt, wenn die Schwefelelektrode positiv ist. Der lichtelektrische Strom beträgt dann bei einem Abstand der Bogenlampe von 10 cm leicht das 100fache des Dunkelstromes. Ist die Schwefelelektrode negativ, so fließt ein Strom von höchstens 2 Proz. dieser Stärke. Wurde die Schwefelelektrode als Anode längere Zeit belichtet, so nahm der Effekt ab. Nach 20 Min. war er bei dünner Schicht schon auf etwa 5 Proz. herabgesunken. Wurde nun die Elektrode herausgenommen, so war ohne weiteres keine Veränderung zu erkennen. Daß an den belichteten Stellen tatsächlich der Schwefel in erhöhtem Maße in Lösung gegangen war, ließ sich durch eine Art Entwicklungsverfahren beweisen. Wurde nämlich das Platinblech als Kathode in eine Kupfersulfatlösung gebracht, so erhielt ich ein Bild des Drahtnetzes, durch welches die Belichtung geschehen war, auf dem Platinblech. An den belichteten Stellen schied sich das Kupfer auf dem Platinblech in der zusammenhängenden glänzenden Form ab, während die Stellen, auf die der Schatten der

Drähte gefallen war, infolge der noch vorhandenen Schwefelteilchen ein dunkleres, lockeres Kupfer trugen. Es ist damit der Beweis erbracht, daß materielle Teilchen als Elektrizitätsträger in die Lösung gegangen waren.

Die Erscheinung ist also ein neues lichtelektrisches Phänomen, welches sich vom Hallwachseffekt auch, wie schon erwähnt, dadurch unterscheidet, daß es in einem anderen, längerwelligen Lichte vor sich geht. Es ist an den festen Zustand gebunden. Durch die kleine Anthracenmenge auf einer Elektrode, die zum Auftreten eines Hellstromes von der 50fachen Stärke des Dunkelstromes bzw. des Hellstromes der bloßen Lösung notwendig ist, wird nur ein verschwindend kleiner Bruchteil des wirksamen Lichtes mehr absorbiert und zur Ionisierung verwendet. Die gesamte von den gelösten Molekeln absorbierte Lichtmenge bewirkt keine Ionisierung. Es sei noch erwähnt, daß freiwillige Aufladung ohne angelegtes Potential, wie sie beim Hallwachseffekt auftritt, nicht beobachtet wurde.

Um zunächst überhaupt eine Vorstellung zu gewinnen über die Erscheinung, möchte ich annehmen, daß es sich um eine Spaltung der festen Molekel oder des Elementarkristalles in zwei entgegengesetzt geladene Teile handelt, von denen jeder aus einem oder mehreren Atomen besteht, die also eine andere Modifikation des Stoffes bilden. Je nach ihrer Löslichkeit in Hexan werden sie in die Lösung austreten oder nicht. Nach dieser Anschauung wären die beiden Spaltungsprodukte des Anthracens und nur das eine (+) des Schwefels als löslich zu betrachten.

Noch in anderer Beziehung ist die Erscheinung wichtig. Wie bereits oben erwähnt, tritt in dem Licht, welches durch Glas hindurchgeht, kein Hallwachseffekt in Luft am Anthracen auf. Dagegen wurde folgende Erscheinung beobachtet. Wurde nach dem Anlegen des Potentials die Erdung aufgehoben und belichtet, so erfolgte eine kurze Bewegung des Blättchens um etwa zehn Teilstriche. Bei weiterer Belichtung blieb es unbeweglich stehen. Wurde die Belichtung abgestellt, beide Elektroden geerdet, dann die obere isoliert und nun belichtet, so erfolgte ein etwas kleinerer Ausschlag in der entgegengesetzten Richtung. Diese Erscheinung trat auf, gleichgültig

ob an die Elektrode ein positives oder ein negatives Potential angelegt wurde. Sie erklärt sich aus der von Goldmann aufgefundenen Leitfähigkeitsänderung des Anthracens. Es erfolgt erst beim Belichten, wenn das Anthracen zum Leiter wird, der Ladungsausgleich zwischen der Anthracenschicht und der Metallunterlage. Und zwar tritt diese Erscheinung getrennt vom Hallwacheffekt auf beim Belichten durch eine Glasplatte. Wird durch eine Quarzplatte belichtet, so addiert sich dieser Effekt im Anfang zu dem eigentlichen Hallwacheffekt, verschwindet aber, sobald der Potentialausgleich erfolgt ist, so daß nunmehr der Hallwacheffekt allein zur Beobachtung kommt. Diese Tatsache ist auch für die Erklärung der bekannten Ermüdungserscheinungen am Anthracen mit in Betracht zu ziehen. Daß die Leitfähigkeitsänderung des Anthracens tatsächlich in dem längerwelligen Ultraviolett vor sich geht, wurde noch mit einer anderen Anordnung nachgeprüft. Es wurde eine Anthracenzelle in folgender Weise hergestellt. Zwei dünne Platindrähte wurden parallel um ein Quarzstäbchen im Abstand von etwa 1,5 mm aufgewickelt. Um das Anthracen in möglichster Reinheit und gutem Dunkelwiderstand aufzutragen, erwies sich folgendes Verfahren als zweckmäßig. Das eine Ende des Quarzstäbchens wurde in einen Korkstopfen gesteckt, der als Verschuß eines Reagenzgläschens diente. In dieses Gläschen wurde eine geringe Menge Anthracen hineingegeben, und nun wurde das Gläschen erwärmt, so daß das Anthracen auf das Quarzstäbchen sublimierte. Durch weiteres vorsichtiges Erwärmen wurde es hier zum Schmelzen gebracht und bildete eine dünne Schicht, in die die Platindrähte eingebettet waren. Derartige Zellen hatten einen hohen Dunkelwiderstand und zeigten große Lichtempfindlichkeit. Sie wurden aber nach einiger Zeit unbrauchbar, weil ihre Dunkelleitfähigkeit stark zunahm. Dies konnte verhindert werden durch einen dünnen Überzug von Paraffin, der weiter keine Störung verursachte.

Die Versuche wurden entweder so ausgeführt, daß der eine Platindraht mit einem Elektroskop verbunden wurde, und der andere geerdet, oder in der Weise, daß der eine mit dem Wilsonschen Elektrometer verbunden wurde und an den anderen ein hohes Potential angelegt wurde. Durch eine

zwischen Bogenlampe und Anthracenzelle gebrachte Glasscheibe wurde der Effekt um 30 Proz. und weniger geschwächt. War die Anthracenschicht dick, so war das Schwächungsverhältnis geringer als bei dünner Schicht. Im ersten Fall kommen nur die weniger absorbierbaren, langwelligen Strahlen zur Wirkung, weil die stark absorbierbaren, kurzwelligen Strahlen nicht so tief in die Schicht eindringen, daß das Anthracen zwischen den Platindrähten von ihnen getroffen wird, während im zweiten Fall auch die kurzwelligen Strahlen zur Geltung kommen.

Der Leitfähigkeitseffekt des festen Anthracens erfolgt also in demselben langwelligen Spektralgebiet, in dem der neue lichtelektrische Effekt unter Hexan auftritt. Für diesen konnte, wie wir vorhin gesehen haben, der Beweis erbracht werden, daß er durch die Bildung von Ionen des betreffenden Körpers zustande kommt. Diese Ionen werden natürlich auch einer an den festen Körper angelegten Potentialdifferenz folgen und so seine Leitfähigkeit erhöhen. Ob daneben noch eine Leitung durch Elektronen erfolgt, bleibe einstweilen dahingestellt. Es ist aussichtsreich bei anderen Körpern, vor allem Selen und Jodsilber, unter einem geeigneten Lösungsmittel nach einem ähnlichen Effekt zu suchen, wie ihn Anthracen und Schwefel in Hexan zeigen. Unter Hexan erhielt ich bei beiden keinen Effekt.

Es sei hier noch auf die Analogie hingewiesen bezüglich der spektralen Verteilung von Leitfähigkeitseffekt und Hallwachseffekt bei Selen¹⁾, Jodsilber²⁾ und Anthracen. Ersterer tritt in allen Fällen im langwelligen Licht auf, letzterer ausschließlich im kurzwelligen. Daß beim Selen die Leitung teilweise wenigstens mit einem Massentransport verbunden ist, zeigt die Tatsache, daß bei Selenzellen nach langem Stromdurchgang sich auf der einen Elektrode eine rote Selenmodifikation abscheidet.³⁾

1) Chr. Ries, Physik. Zeitschr. 12. p. 522. 1911.

2) W. Wilson, Ann. d. Phys. 23. p. 107. 1907.

3) Sh. Bidwell, Chem. N. 51. p. 261, 310.

Lichtelektrische Leitfähigkeitsänderung von Anthracenlösung
in reinem Hexan.

Mit der oben gemachten Annahme einer Ionenleitung in belichteten Isolatoren wird nun ein prinzipieller Unterschied zwischen dem Leitfähigkeitseffekt und dem Hallwachseffekt angenommen. Es ist dann aber auch möglich, daß letzterer im Gegensatz zum ersteren eine molekulare Eigenschaft der Körper ist, die sich also nicht nur im festen Zustand zeigt. Es bestand daher die Möglichkeit, daß in dem spektralen Gebiet des Hallwachseffektes, also in dem Ultraviolett unterhalb $225\ \mu\mu$, Anthracenlösungen doch den gesuchten Effekt zeigen könnten. Die Hoffnung, bei Anwendung dieser Wellenlängen positive Resultate zu erhalten, wurde bestärkt durch die Arbeiten von Stark¹⁾ und Howe²⁾ über die Leitfähigkeitsänderung von belichtetem Anthracendampf. Howe arbeitete in Glasgefäßen und erhielt ein vollständig negatives Resultat. Stark dagegen konstatierte bei seinen Versuchen, die in einem Quarzgefäße ausgeführt wurden, die gesuchte Leitfähigkeitsänderung und fand auch, daß eine Glasplatte von 1,5 mm Dicke den Effekt verhindert. Er schließt aus der letzten Tatsache, daß das Licht zwischen 380 und $185\ \mu\mu$ wirksam ist. Nun ist aber eine derartige Glasplatte bis etwa $300\ \mu\mu$ durchlässig. Es kann also nur Licht von $300\text{—}185\ \mu\mu$ wirksam gewesen sein und kein Licht zwischen 380—300. In diesem Gebiet liegen aber die bekannten vier Anthracenbanden. Die Fluoreszenz wird hingegen nur wenig durch die eingefügte Glasplatte geschwächt, findet also hauptsächlich in diesen Banden statt. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei den anderen von Stark mit positivem Erfolg geprüften Substanzen, nämlich Diphenylmethan, Naphtylamin und Diphenylamin. Diese Tatsachen, die für seine Theorie äußerst wichtig und zwar im ungünstigen Sinne sind, werden von ihm übersehen. Es ist aus seinen Versuchen derselbe Schluß zu ziehen, der aus den oben beschriebenen Versuchen an Anthracenlösungen von mir gezogen wurde, daß nämlich in den bekannten Absorptions-

1) J. Stark, Physik. Zeitschr. 10. p. 614. 1909.

2) G. W. O. Howe, Phys. Rev. 30. p. 453. 1910.

und Fluoreszenzerregungsbanden keine Ionisierung auftritt. Es seien hier noch die Resultate von Matthies¹⁾ erwähnt, der bei fluoreszierendem Benzol und Joddampf keine Ionisierung gefunden hat. Ferner glaubt er in der Arbeit von Steubing²⁾ über die Leitfähigkeit des fluoreszierenden Quecksilberdampfes die Ionisierung nicht als notwendige Begleiterscheinung der Fluoreszenz ansehen zu müssen. Die Starkesche Arbeit legt aber die Vermutung nahe, daß die beobachtete Ionisierung in einem kurzwelligen Licht vor sich geht, welches möglicherweise identisch ist mit dem Spektralgebiet des Hallwachseffektes am festen Anthracen.

Aussichtsreich erschien es nun, die Ionisierung der Lösung in diesem Gebiet zu suchen. Nun absorbiert aber das von mir bisher verwendete Hexan das ganze Ultraviolett von 270 μ abwärts, die gelösten Molekel erhalten also kein wirksames Licht. Die starke Absorption des Hexans rührt von Verunreinigungen durch ungesättigte und Benzolkohlenwasserstoffe her. Diese lassen sich nach einem Verfahren von Ley³⁾ durch wiederholtes, mehrstündiges Behandeln mit rauchender Salpetersäure und rauchender Schwefelsäure entfernen. Nach fraktionierter Destillation erhält man ein Produkt, welches innerhalb des ultravioletten Gebietes eines Quarzspektrographen absolut durchlässig ist. Dieses Hexan wurde durch 2—3 malige Destillation auf eine niedrige Eigenleitfähigkeit gebracht. Es zeigte in der Apparatur (Fig. 2) beim Belichten mit einer Quarzlampe im Abstand von 10 cm eine Stromzunahme von etwa derselben Größe wie der Dunkelstrom. Ob diese Erscheinung ein Leitfähigkeitseffekt oder ein Hallwachseffekt der Platinelektroden ist, wurde nicht untersucht. Die geringste Menge von Anthracen, die in diesem Hexan gelöst wurde, verursachte beim Belichten eine Leitfähigkeitsänderung, die bequem auf das 100—300fache der Dunkelleitfähigkeit gebracht werden konnte. Die Leitfähigkeit setzte momentan mit der Belichtung ein und blieb innerhalb einer Stunde praktisch konstant, gleichgültig, ob ein Potential angelegt war oder nicht. Daraus ist zu schließen, daß es sich um eine primäre

1) W. Matthies, *Physik. Zeitschr.* 11. p. 956. 1910.

2) W. Steubing, *Physik. Zeitschr.* 10. p. 787. 1909.

3) H. Ley, *Farbe und Konstitution* p. 227.

Ionisation handelt und nicht etwa um die photochemische Bildung eines elektrolytisch dissoziierten Oxydationsproduktes. Nach dem Verdunkeln ließ sich eine Nachwirkung während 20 Sek. nachweisen. Diese kommt vermutlich zustande durch Ionen, die außerhalb des Feldes und in der Nähe des Quarzfensters gebildet werden. Sie werden nicht sofort entfernt und kommen durch Diffusion allmählich in das Feld.

Auf Grund der Konstanz des Stromes wurde zunächst die Erscheinung zur Kapazitätsbestimmung benutzt. Die Kapazität des isolierten Systems bei 2 mm Plattenabstand wurde nacheinander durch verschiedene Röhrenkondensatoren verändert und deren Kapazitätsdifferenzen zur Rechnung benutzt. Zwei unabhängige, d. h. mit verschiedenen Vergleichskapazitäten ausgeführte Bestimmungen ergaben $C = 20,7$ cm und $C = 19,2$ cm. Es wurde das annähernde Mittel $C = 20$ cm genommen.

Die Abhängigkeit der Stromstärke vom Potential geht aus Tab. 2 und Fig. 5 hervor. Die Kurve hat eine Form, die nach den Arbeiten von Jaffé¹⁾ bei einer Volumenionisation in Hexan zu erwarten war. Im Anfang zeigt die Stromstärke einen geringen Unterschied mit dem Vorzeichen. Die Erklärung liegt wohl in folgendem. Wurde die isolierte Elektrode belichtet, ohne daß ein Potential an die andere Elektrode angelegt war, so ergab sich eine Aufladung von etwa

Tabelle 2.

Abstand der Quarzlampe 35 cm, Konzentration der Lösung 0,0001 molar.
Abstand der Elektroden 2 mm.

Angelegtes Potential	Stromstärke in 10^{-14} Amp.	Angelegtes Potential	Stromstärke in 10^{-14} Amp.
+ 2 Volt	8	- 2 Volt	5
+ 4 "	15	- 4 "	12
+ 10 "	28	- 10 "	26
+ 20 "	43	- 20 "	41
+ 40 "	59	- 40 "	58
+ 80 "	68	- 80 "	68
+ 160 "	77	- 160 "	77
+ 320 "	89	- 320 "	89
+ 640 "	93	- 640 "	93

1) G. Jaffé, Ann. d. Phys. 25. p. 257. 1908; 28. p. 326. 1909.

0,05 Volt. Genau war sie mit diesem Elektrometer (ein Teilstrich 0,017 Volt) nicht zu messen. Ob diese Aufladung zustande kommt durch selektive Adsorption der positiven Ionen, oder ob sie entsteht infolge eines schnelleren Wegdiffundierens der negativen Ionen, bleibe dahingestellt. Jedenfalls addiert sie sich bei einem angelegten Potential in dem einen Falle.

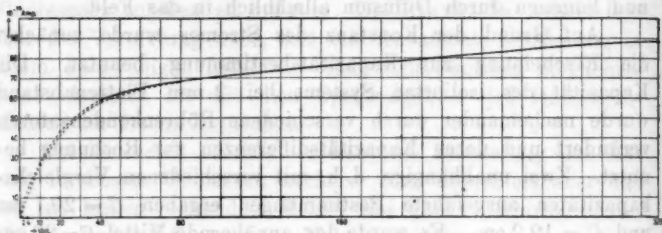


Fig. 5.

zu dem Strom, bei umgekehrtem Vorzeichen kommt sie in Abzug.

Die Abhängigkeit der Stromstärke vom durchstrahlten Querschnitt, der durch Blenden verändert wurde, zeigt Tab. 3. Es ist also die Zahl der Ionen proportional dem durchstrahlten Volumen.

Tabelle 3.

Blenden 5 mm lang, 1—4 mm hoch. 0,0001 mol. Lösung.

Blendenweite	Stromstärke
1 mm	$9 \cdot 10^{-14}$ Amp.
2 "	$18 \cdot 10^{-14}$ "
3 "	$25 \cdot 10^{-14}$ "
4 "	$36 \cdot 10^{-14}$ "

Aus Tab. 4 ist die Beziehung zwischen Stromstärke und Konzentration der Lösung zu ersehen. Wie zu erwarten, wächst im Anfang die absorbierte Lichtmenge und damit die Ionisierung mit der Konzentration. Bei der außerordentlich starken Absorption der Strahlen im Anthracen ist bald der Zustand erreicht, wo in der Lösung sämtliches wirksame Licht absorbiert wird. Nun bleibt die Ionisierung konstant. Bei steigender Konzentration wird die Schicht, die alles wirksame Licht absorbiert, immer dünner. Schließlich wird sie kleiner

als 1 mm, der Abstand der Elektroden vom Quarzfenster. Nun sind die Elektroden in dunkler Lösung. Daher sinkt die Stromstärke auf den Dunkelwert. Tatsächlich beobachtet man sogar einen kleineren Strom im Licht als im Dunkeln. Dies rührt daher: Die beobachtete Stromstärke, die als Aufladungsgeschwindigkeit gemessen wird, setzt sich stets zusammen aus der Differenz der eigentlichen Aufladung und der Entladung. Letztere ist für gewöhnlich zu vernachlässigen. In diesem Fall aber wird infolge der durchstrahlten Schicht zwischen Quarzplatte und Elektrode die Entladung der Elektrode nach der Quarzplatte, die immer mit einer verhältnismäßig gutleitenden Oberflächenschicht bedeckt ist, ermöglicht. Man beobachtet daher beim Belichten eine langsamere Aufladung (die bald zum Stillstand kommt) als im Dunkeln.

Tabelle 4.

Feldstärke 500 Volt/cm, ca. 35 cm Abstand der Lichtquelle.

Konzentration	Stromstärke
0,000005 molar	$15 \cdot 10^{-14}$ Amp.
0,00005 "	$62 \cdot 10^{-14}$ "
0,0001 "	$73 \cdot 10^{-14}$ "
0,00025 "	$73 \cdot 10^{-14}$ "
0,0005 "	$81 \cdot 10^{-14}$ "
0,001 "	$13 \cdot 10^{-14}$ "
0,005 "	$0,7 \cdot 10^{-14}$ " (dunkel $1 \cdot 10^{-14}$)

Es ist weiter von Interesse, die spektrale Beschaffenheit des für den Leitfähigkeitseffekt der Lösung in Betracht kommenden Lichtes zu kennen, und mit dem Spektralgebiet des Hallwachseffektes am festen Anthracen zu vergleichen. Tab. 5 zeigt die Wirkung verschiedener Lichtfilter auf den Leitfähigkeitseffekt der Lösung und auf den Hallwachseffekt des festen Anthracens. Das Schwächungsverhältnis ist nahezu in beiden Fällen dasselbe, d. h. für die beiden Effekte ist das gleiche Spektralgebiet wirksam. Damit ist zunächst für Anthracen bewiesen, daß der Leitfähigkeitseffekt der Lösung als Hallwachseffekt an der gelösten Molekel anzusehen ist, und dieser daher eine molekulare Eigenschaft des Körpers ist.

Tabelle 5.

Lösung.

Lichtfilter	Aufladungs- geschwindigkeit	Schwächungs- verhältnis
Ohne Kuvette . . .	0,4 Volt in 8"	$\frac{8}{17}$
Leere Kuvette . . .	0,4 " " 12	$\frac{12}{17}$
5 mm Hexan . . .	0,4 " " 58	
5 mm Alkohol . . .	0,017 " " 60	
5 mm Chloroform . . .	0,017 " " 60	
1 mm Glas . . .	0,017 " " 60	
Dunkel . . .	0,017 " " 60	
Festes Anthracen.		
Leere Kuvette . . .	10 Teilstr. in 13"	$\frac{13}{17}$
Ohne " . . .	10 " " 8	
5 mm Hexan . . .	20 " " 48	$\frac{48}{17}$
Ohne Kuvette . . .	20 " " 7	
5 mm Alkohol . . .	1 " " 100	
5 mm Chloroform . . .	mehr als 100"	
1 mm Glas . . .		
Dunkel . . .		

In Tab. 6 sind einige andere Körper, deren Lösungen in Hexan in gleicher Weise geprüft wurden, aufgeführt. Es wurden die verwandten Kohlenwasserstoffe sowie einige Verbindungen gewählt, die nach Stark und Steubing im festen Zustand einen starken lichtelektrischen Effekt zeigen. Es ist deutlich eine Parallelität zu erkennen. Die Fortsetzung der Reihe ist im höchsten Grade wünschenswert, mußte aber wegen des großen Hexanverbrauches, mit dem die Versuche verbunden sind, verschoben werden. Es ist vorläufig danach noch nicht zu entscheiden, ob die *allgemeine* Regel besteht, daß Stoffe in Lösung sich lichtelektrisch ebenso verhalten wie im festen Zustand. Die Frage kann nur entschieden werden durch umfangreiche Versuche mit anderen Stoffen und möglicherweise anderen Lösungsmitteln. Ist aber diese Bestätigung erst in vielen Fällen erbracht, so wird man sie auch auf Fälle verallgemeinern dürfen, die aus praktischen Gründen Mangel eines geeigneten dielektrischen Lösungsmittels) nicht

untersucht werden können. Man wird dann eventuell auch die Streitfrage nach dem primären Vorgang beim Becquerel-effekt entscheiden können.

Tabelle 6.

Gelöste Substanz	Beobachteter Effekt, annähernde Größe auf Anthracen = 20 bezogen	Hallwachseffekt der reinen Substanz nach Stark u. Steubing Anthracen = 12,5
Benzol	0	nicht beobachtbar
Naphtalin	0	1,2
Phenanthren	6	8,2
Diphenylmethan	7	17
Triphenylmethan	0	—
Phenol	0	2,3
β -Naphtol	10	10,6
Diphenylamin	50	17
α -Naphtylamin	40	15

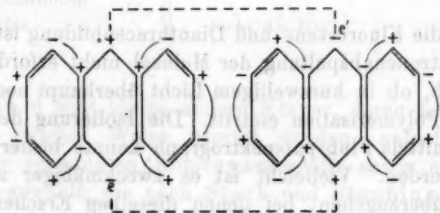
Für die Fluoreszenz und Dianthracenbildung ist jedenfalls diese Elektronenabspaltung der Molekel nicht erforderlich. Es ist fraglich, ob in kurzwelligem Licht überhaupt noch Fluoreszenz und Polymerisation eintritt. Die Isolierung des Spektralgebietes mittels Flußspatspektrograph konnte bisher nicht ausgeführt werden. Vielleicht ist es zweckmäßiger zu anderen Körpern überzugehen, bei denen dieselben Erscheinungen in längerwelligem Lichte vor sich gehen.

Der zweite Teil der Starkschen Fluoreszenztheorie, der eine partielle Abtrennung und Wiederanlagerung der Elektronen annimmt, ist experimentell vorläufig nicht zu prüfen. Die Beobachtung von Frank und Westphal¹⁾ über die Glimmentladung in fluoreszierendem Joddampf könnte als Stütze der Anschauung herangezogen werden. Sicher ist, daß irgend eine intramolekulare Änderung des fluoreszierenden Körpers bei der Lichtabsorption eintritt. Die Annahme einer bloßen Resonanzschwingung, die allerdings unter Umständen auch zu einer Lichtemission führen kann, ist nicht haltbar.—Es müßte

1) Frank u. Westphal, Verh. d. Deutsch. Physik. Ges.

dann aus theoretischen Gründen das emittierte Licht dieselbe Zusammensetzung haben wie das erregende. Tatsächlich aber ist das Maximum der Fluoreszenzbanden stets spektral verschieden vom Absorptionsmaximum. Am besten wird dieser Tatsache durch die Voigtsche¹⁾ Theorie Rechnung getragen. Danach sollen die Moleküle fluoreszierender Körper zwei verschiedene Zustände annehmen können, und zwar geht bei der Absorption des Lichtes eine derartige intramolekulare Änderung vor sich, daß die Eigenperiode der Elektronen wächst, die Dämpfung abnimmt. Infolgedessen findet in diesem Zustand vornehmlich Emission statt, während die unveränderten Molekel nur merkliche Absorption zeigen.

Auch photochemische Vorgänge, speziell die Dianthracenbildung, lassen sich ohne Elektronenabspaltung als Folge eines veränderten Schwingungszustandes der Valenzelektronen auffassen. Behalten wir die Thielesche Formulierung der Anthracenmolekel bei, so können wir uns etwa folgendes Bild machen.



Die beiden Anthracenmolekel können prinzipiell schon im Dunkeln durch einen Ausgleich ihrer Ladungen, wie er durch die punktierten Linien angedeutet wird, sich zu Dianthracen vereinigen. Die Wahrscheinlichkeit, mit welcher dieser Vorgang eintritt, ist offenbar abhängig von dem Grad der Anziehung, den die beiden in Betracht kommenden Elektronen e und e' durch die positiven Ladungen ihrer Molekeln erfahren. Es stellt sich demgemäß im Dunkeln ein Gleichgewicht ein zwischen Anthracen und Dianthracen, welches erfahrungsgemäß

1) W. Voigt, Arch. Néerl. (2) 6. p. 352; vgl. P. Drude, Lehrb. d. Optik p. 528.

ganz auf Seiten des Anthracens liegt. Daraus folgt, daß die Anziehung der Elektronen durch ihre eigenen Molekeln unverhältnismäßig groß ist gegenüber der Anziehung durch die Nachbarmolekeln. Infolge der Resonanzschwingungen, die die Elektronen des Anthracens beim Belichten ausführen müssen, wird die Stärke der Bindung der Elektronen an ihre Molekeln geändert, und die Wahrscheinlichkeit eines Ladungsausgleiches mit den Nachbarmolekeln vergrößert. In dem speziellen Fall würde damit das Gleichgewicht zum Dianthracen sich neigen. Es ist nicht einmal nötig, daß die bezeichneten Elektronen selbst die Schwingungen ausführen, sondern alle Elektronen, im besonderen benachbarte, werden durch ihre Schwingungen den Grad der Anziehung verändern.

Diese hier gegebene Vorstellung hat vor der früheren den Vorteil, daß sie das oft vorhandene Auftreten derselben photochemischen Reaktion in den verschiedenen Banden eines ausgedehnten Bandenspektrums interpretiert.

Zusammenfassung.

Die experimentellen Ergebnisse der Arbeit sind folgende:

1. In dem für die Fluoreszenzerregung und die Polymerisation des Anthracens wirksamen Spektralgebiet von ca. $400\ \mu\mu$ bis ca. $225\ \mu\mu$ tritt kein Hallwachseffekt auf.

2. Dagegen findet die Leitfähigkeitserhöhung des festen Anthracens in diesem Gebiete statt.

3. Es wurde ein neues lichtelektrisches Phänomen in diesem Licht aufgefunden, welches besteht in dem Austritt positiver oder negativer Ionen des festen Körpers in das Lösungsmittel unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes (Anthracen, Schwefel).

4. Das feste Anthracen zeigt den bekannten Hallwachseffekt erst unterhalb $225\ \mu\mu$.

5. In demselben Spektralgebiet zeigen Anthracenlösungen in reinem Hexan eine starke Leitfähigkeitszunahme, die als Volumenionisation charakterisiert und als Hallwachseffekt an der gelösten Molekel aufgefaßt wurde.

6. Die unter Punkt 1 bis 5 aufgeführten Ergebnisse gelten in entsprechender Modifizierung auch für andere verwandte Körper.

Aus den experimentellen Ergebnissen wurden folgende Schlüsse gezogen:

a) Die Byksche Theorie der Dianthracenbildung ist, soweit sie die Elektronenabspaltung als primäre Wirkung annimmt, nicht haltbar.

b) Demjenigen Teil der Starkschen Fluoreszenztheorie, der eine totale Abtrennung der Elektronen annimmt, wurde die experimentelle Stütze bei verschiedenen Beispielen entzogen.

c) Es wurde auf Grund der unter 3. angeführten Beobachtung eine neue Anschauung über die Leitung in belichteten festen Isolatoren gegeben.

d) Zum Schluß wurde ein anderer Weg angedeutet, der auf elektronentheoretischer Grundlage eine Anschauung gibt über den Mechanismus photochemischer Reaktionen, speziell der Dianthracenbildung.

Die Arbeit wurde im Physik.-Chem. Institut der Universität Leipzig ausgeführt.

Die beschriebenen Apparate (Meßinstrumente usw.) wurden sämtlich in vorzüglicher Ausführung von dem Institutsmechaniker Hrn. Rudolph hergestellt.

Dem Direktor des Instituts, Hrn. Prof. Dr. Le Blanc, danke ich herzlich für das große Interesse, welches er meiner Arbeit entgegengebracht hat, sowie für die Bereitwilligkeit, mit der mir die vorhandenen Hilfsmittel zur Verfügung gestellt und die Anfertigung bzw. Anschaffung neuer bewilligt wurden.

(Eingegangen 5. Februar 1913.)

11. Über die Ausmessung der Schwärzungsverteilung in einigen mit Röntgenstrahlen aufgenommenen Keilspaltphotogrammen mittels des registrierenden Mikrophotometers;
von Peter Paul Koch.

§ 1. Vorbemerkungen.

In einer vor kurzem erschienenen Veröffentlichung (Ann. d. Phys. 38. p. 507. 1912) ist gezeigt worden, wie sich das Hartmannsche Mikrophotometer durch eine kleine Abänderung an der gebräuchlichen Konstruktion zur Messung der Schwärzung photographischer Platten in sehr schmalen Bereichen bis herab zu solchen von 0,003 mm Breite brauchbar machen läßt. Das abgeänderte Instrument ist dann zur Messung der Schwärzungsverteilung in einigen mit Röntgenstrahlen aufgenommenen Keilspaltphotogrammen von Walter und Pohl¹⁾ benutzt worden und die erhaltenen Ergebnisse hat Sommerfeld²⁾ der Prüfung einer Reihe von theoretischen Betrachtungen bezüglich der Wellennatur der Röntgenstrahlen und einer etwa damit verbundenen Beugung dieser Strahlen zugrunde gelegt.

Angesichts der Wichtigkeit, die bei der Entscheidung über die Natur der Röntgenstrahlen und gegebenenfalls bei der Bestimmung ihrer Wellenlänge der Möglichkeit Schwärzungsverteilungen in Keilspaltphotogrammen der genannten Art exakt auszumessen, zukommen kann, schien es von Interesse, die seinerzeit mit dem Hartmannschen Instrument ausgeführten Messungen auf einem unabhängigen Wege nachzuprüfen.

Schon in der anfangs zitierten Abhandlung ist darauf hingewiesen worden, daß es für die Messung der Schwärzung

1) B. Walter u. R. Pohl, Ann. d. Phys. 29. p. 331. 1909.

2) A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. 38. p. 473. 1912.

in den geforderten schmalen Bereichen, deren Breite der Größe des Plattenkornes entspricht, wohl am günstigsten ist von der Benutzung des Auges für die photometrische Einstellung ganz abzusehen und an seine Stelle ein System zu setzen, das ungestört durch die Größe und Zufälligkeitslagerung des photographischen Kornes den Mittelwert für die durch ein bestimmtes Flächenstück durchgelassene Lichtmenge angibt.

Da das neuerdings (Ann. d. Phys. 39. p. 705. 1912) beschriebene, auf der Benutzung lichtelektrischer Zellen¹⁾ beruhende registrierende Mikrophotometer den gestellten Bedingungen entspricht, wurde es zur Nachprüfung der früher erhaltenen Resultate verwendet.

Einzelheiten bezüglich der Wirkungsweise des Instrumentes finden sich in der zitierten Abhandlung, auf welche letztere mit l. c. p. ... an den entsprechenden Stellen verwiesen ist.

§ 2. Meßverfahren.

Es hätte keinen Zweck gehabt, die Schwärzungsverteilungen in den einzelnen Querschnitten des Keilspaltphotogrammes vom Instrument direkt aufzeichnen zu lassen, da das größte vorhandene Übersetzungsverhältnis 46,4 fach ist (l. c. p. 722), wodurch selbst an der breitesten Stelle des Spaltbildes die registrierte Schwärzungsverteilung nur einige Millimeter breit würde. Denn die Breite des Bildes auf den Originalplatten beträgt nur einige hundertstel Millimeter (vgl. Figg. 1, 2, 3). Deshalb wurde die auszumessende Platte mittels der Mikrometerschraube des Objektisches (l. c. p. 720) je um die gewünschten Beträge weitergedreht und für jede Stelle der Ausschlag des Elektrometers an einer Mattscheibe mit aufgeklebtem Millimetermaßstab abgelesen (l. c. p. 721).

Der Spalt, auf den das Bild der auszumessenden Platte ca. 5 fach vergrößert projiziert wurde, und hinter dem die lichtelektrische Zelle stand (l. c. p. 716 u. 717), blendete aus der auszuphotometrierenden Platte eine Fläche $0,004 \times 0,5 \text{ mm}^2$ heraus, war also etwa von der gleichen Größe, auf den Plattenort bezogen, wie der früher benutzte ($0,003 \times 0,7 \text{ mm}^2$). Die

1) J. Elster u. H. Geitel, Physik. Z. S. 12. p. 609. 1911.

durch die Kleinheit des Spaltes bedingte geringe, auf die lichtelektrische Zelle fallende Lichtmenge bewirkte infolge des vergrößerten Widerstandes der letzteren eine erhöhte Einstellungsdauer der Elektrometersaite (l. c. p. 724, Formel (2)). Deshalb wurde jedesmal die Einstellung der Saite nach Weiterschieben der auszumessenden Platte um den gewünschten Betrag erst abgelesen, wenn der Ausschlag auf 0,1 mm konstant geworden war, wozu bei den geringen Verschiebungen und den damit meist verbundenen geringen Schwärzungsänderungen einige Sekunden Abwartens genügten.

Am Schlusse jeder Serie von Querschnittsmessungen durch ein Keilspaltphotogramm wurde die Schwärzungsverteilung in einem der zu Beginn der Serie gemessenen Querschnitte kontrolliert und es ergaben sich in keinem Fall Abweichungen in den zu bestimmten Schwärzungen zugehörigen Breiten des Spaltbildes, die über die Fehlergrenze von einigen tausendstel Millimetern hinausgingen. Darin liegt ein erneuter Beweis für die zeitliche Konstanz der Angaben des Instrumentes (l. c. p. 731) während der etwa 2—3 Stunden dauernden Gesamtdurchmessung an ca. 10—12 längs des Keilspaltphotogrammes genommenen Querschnitten. Die genannte Zeit beträgt etwa ein Drittel bis ein Viertel von der, die man früher bei der Verwendung des modifizierten Hartmannschen Instrumentes für die gleiche Durchmessung benötigte. Da das Arbeiten mit dem Registrierinstrument ein rein mechanisches ist, indem nur Ablesungen von Trommel- und Saiteneinstellungen vorzunehmen sind, fällt obendrein jede Ermüdung im Lauf der Meßreihe weg. Ein anderer Vorteil liegt darin, daß es für die Genauigkeit der mit dem Registrierinstrument erhaltenen Ablesungen günstig ist, die auszumessenden Platten nur bis zu geringeren Schwärzungen zu belichten (l. c. p. 736). In der Tat sind sämtliche später besprochenen Keilspaltphotogramme wesentlich zu stark belichtet, so daß sie gerade im interessantesten Gebiet auf der Mittellinie des Spaltes und deren Umgebung nur verhältnismäßig ungenau gemessen werden können. Schätzungsweise hätte bei sämtlichen Aufnahmen eine Expositionsdauer von $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{3}$ der tatsächlich benutzten, die Schwärzung der Photogramme in das für Ausmessung mit dem Registrierinstrument günstigste Gebiet, gerückt.

§ 3. Ergebnisse.

Zur Ausmessung kamen neben dem (Ann. d. Phys. 38. p. 507. 1912) schon behandelten Keilspaltphotogramm β 117 von Walter und Pohl¹⁾ zwei weitere Aufnahmen von Haga und Wind²⁾, die in deren Veröffentlichung bzw. mit *A* und *B* bezeichnet sind. Sämtlichen der genannten Forscher danke ich bestens für die Überlassung der wertvollen Originalphotogramme.

Die Ergebnisse sind, um nicht allzusehr in Einzelheiten einzugehen, analog der früher benutzten Gesamtdarstellung in Form von Linien gleicher Schwärzung je in der linken Hälfte der Figg. 1, 2 und 3 dargestellt. Abszissen sind die Breiten des Spaltbildes in tausendstel Millimetern für die an den durchgezogenen Linien angeschriebenen Schwärzungen.³⁾ Ordinaten die Abstände längs des Spaltbildes. Die angeschriebenen Zahlen entsprechen dabei bei dem Photogramm von Walter und Pohl (Fig. 1) den direkt am Ort des Beugungsspaltes genommenen Entfernungen vom breiten Ende desselben in Millimetern. Am Ort der photographischen Platte beträgt der Abstand von Zahl zu Zahl im Mittel etwa 3,6 mm. Bei den Photogrammen von Haga und Wind (Figg. 2 und 3) ist der Abstand von Zahl zu Zahl etwa 4,5 mm. Die durchgezogenen Linien sind die Geraden, die sich den Linien gleicher Schwärzung am besten anschließen. Die gestrichelten Linien verbinden benachbarte Punkte gleicher Schwärzung längs des Spaltes um, soweit nötig, etwaige Zweifel bezüglich der Zugehörigkeit bestimmter Punkte zur einen oder anderen Linie auszuschließen.

In der rechten Hälfte jeder Figur sind die Schwärzungen auf der Mittellinie des Keilspaltphotogrammes aufgetragen. Ordinaten sind, wie bei der linken Hälfte, die Abstände längs des Photogrammes, Abszissen die bei den einzelnen Quermessungen durch das Photogramm ermittelten Maximal-

1) B. Walter u. R. Pohl, Ann. d. Phys. 29. p. 331. 1909. Das Photogramm ist in dieser Arbeit mit Nr. 1 bezeichnet.

2) H. Haga u. C. H. Wind, Ann. d. Phys. 10. p. 305. 1903.

3) Diese sind in willkürlichem Maß angegeben. Die benutzten Zahlen bezeichnen direkt die Elektrometereinstellung in Millimetern.

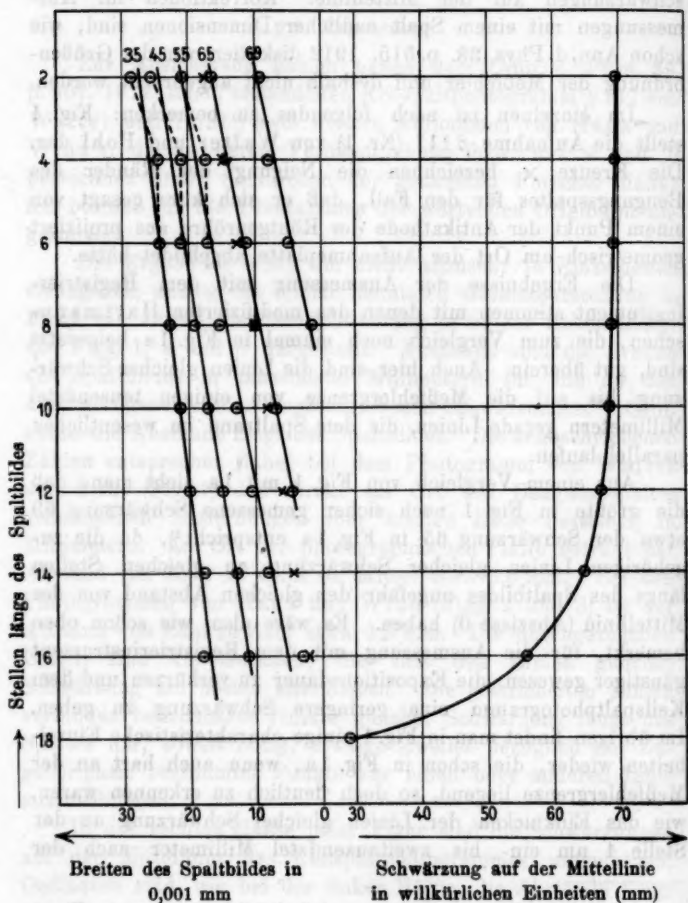
schwärzungen auf der Mittellinie. Korrekturen für Ausmessungen mit einem Spalt endlicher Dimensionen sind, wie schon Ann. d. Phys. 38. p. 515. 1912 diskutiert von der Größenordnung der Meßfehler und deshalb nicht angebracht worden.

Im einzelnen ist noch folgendes zu bemerken: Fig. 1 stellt die Aufnahme β 117 (Nr. 1) von Walter und Pohl dar. Die Kreuze \times bezeichnen die Neigung der Ränder des Beugungspaltes für den Fall, daß er sich kurz gesagt von einem Punkt der Antikathode der Röntgenröhre aus projiziert geometrisch am Ort der Aufnahmeplatte abgebildet hätte.

Die Ergebnisse der Ausmessung mit dem Registrierinstrument stimmen mit denen des modifizierten Hartmannschen, die zum Vergleich noch einmal in Fig. 1a beige setzt sind, gut überein. Auch hier sind die Linien gleicher Schwärzung bis auf die Meßfehlergrenze von einigen tausendstel Millimetern gerade Linien, die dem Spaltrand im wesentlichen parallel laufen.

Aus einem Vergleich von Fig. 1 mit 1a sieht man, daß die größte in Fig. 1 noch sicher gemessene Schwärzung 69 etwa der Schwärzung 65 in Fig. 1a entspricht¹⁾, da die zugehörigen Linien gleicher Schwärzung an gleichen Stellen längs des Spaltbildes ungefähr den gleichen Abstand von der Mittellinie (Abszisse 0) haben. Es wäre also, wie schon oben bemerkt, für die Ausmessung mit dem Registrierinstrument günstiger gewesen, die Expositionsdauer zu verkürzen und dem Keilspaltphotogramm eine geringere Schwärzung zu geben. Im übrigen findet man in Fig. 1 einige charakteristische Einzelheiten wieder, die schon in Fig. 1a, wenn auch hart an der Meßfehlergrenze liegend, so doch deutlich zu erkennen waren, wie das Einknicken der Linien gleicher Schwärzung an der Stelle 4 um ein- bis zweitausendstel Millimeter nach der

1) Es ist nochmals zu betonen, daß die Schwärzungen in Fig. 1 wie in 1a in willkürlichem Maß gemessen sind und daß die diesbezüglichen Zahlenangaben beider Figuren zwar in einem eindeutigen, aber nicht einfachen Zusammenhang miteinander stehen (vgl. l. c. p. 734—741). Auch die Schwärzungszahlen der Figg. 1, 2 und 3 sind nicht direkt miteinander zu vergleichen, da die Messungen an verschiedenen Tagen stattfanden und da für die Ausmessung jeder Platte dem Registrierinstrument die jeweils günstigste Empfindlichkeit gegeben wurde.

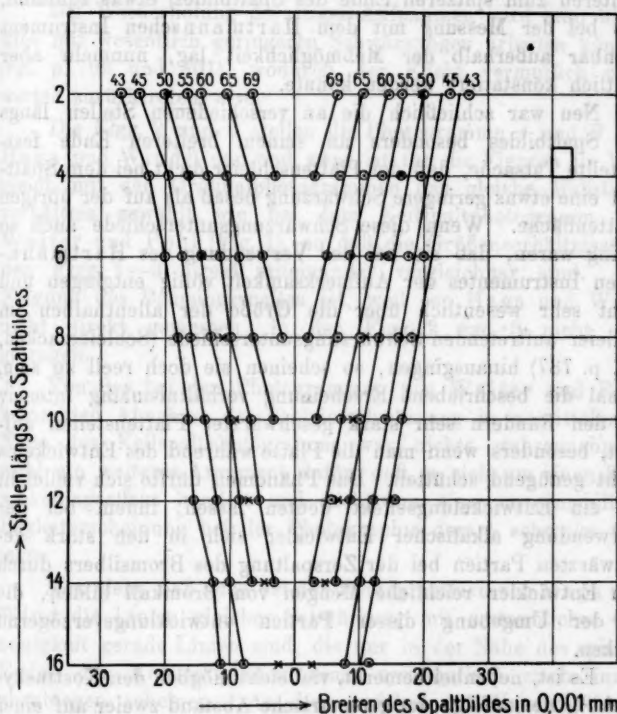


Linien gleicher Schwärzung \odot im Spaltbild β 117 (Nr. 1) von Walter und Pohl. Die Schwärzungen sind am oberen Ende der Linien angeschrieben.

Die Punkte \times geben die Neigung des Randes des Beugungspaltes gegen die Mittellinie.

Fig. 1.

Mittellinie zu, wohl hervorgerufen durch einen Plattenfehler, ferner die Tatsache, daß die Linien gleicher Schwärzung nicht



Linien gleicher Schwärzung \odot im Spaltbild β 117. Die Schwärzungen sind am oberen Ende der Linien angeschrieben.

Die Punkte \times bezeichnen die gegenseitige Neigung der Ränder des Beugungsspaltes.

Oben rechts Größe der durch den Hilfsspalt am Plattenort ausgeblendeten Fläche ($0,008 \times 0,7$ mm).

Fig. 1a.

völlig genau zueinander parallel laufen, sondern daß die Linien geringerer Schwärzung unter etwas kleinerem Winkel gegen die Mittellinie geneigt sind, wie die höherer Schwärzung.

Das letztere scheint damit zusammenzuhängen, daß die Schleierschwärzung auf dem Photogramm von oben nach unten (vom breiteren zum spitzeren Ende des Spaltbildes) etwas zunimmt, was bei der Messung mit dem Hartmannschen Instrument offenbar außerhalb der Meßmöglichkeit lag, nunmehr aber deutlich konstatiert werden konnte.

Neu war schließlich die an verschiedenen Stellen längs des Spaltbildes besonders an seinem breiteren Ende festgestellte Tatsache, daß der Plattenschleier dicht bei dem Spaltbild eine etwas geringere Schwärzung besaß als auf der übrigen Plattenfläche. Wenn diese Schwärzungsunterschiede auch so gering waren, daß sie bei der Verwendung des Hartmannschen Instrumentes der Aufmerksamkeit völlig entgingen und nicht sehr wesentlich über die Größe der allenthalben im Schleier auftretenden Schwärzungsunterschiede (Schleierzacken, l. c. p. 737) hinausgingen, so scheinen sie doch reell zu sein, zumal die beschriebene Erscheinung verhältnismäßig intensiv an den Rändern sehr stark geschwärzter Plattenstellen auftritt, besonders wenn man die Platte während des Entwickelns nicht genügend schüttelt. Das Phänomen dürfte sich vielleicht als ein Entwicklungseffekt deuten lassen, indem bei der Verwendung alkalischer Entwickler sich in den stark geschwärzten Partien bei der Zerspaltung des Bromsilbers durch den Entwickler reichliche Mengen von Bromkali bilden, die in der Umgebung dieser Partien entwicklungsverzögernd wirken.

Es ist, nebenbei bemerkt, vielleicht möglich den Kostinskyeffekt¹⁾, demzufolge der geometrische Abstand zweier auf einer Platte aufgenommener Objekte (etwa Sternbilder) mit der Schwärzung, bis zu der diese Objekte belichtet werden, zunehmen soll, auf das ebengenannte Randphänomen zurückzuführen.

Inwieweit der Randeffect die Schwärzungsverteilung im Keilspaltphotogramm störend beeinflussen haben könnte, muß zurzeit offen bleiben. Jedoch ist zu vermuten, daß der Einfluß gering ist, da der Effect auch an den schwärzeren Teilen

1) G. Kostinsky, Mitteilungen der Nikolai-Hauptsternwarte zu Pulkowo. 2. p. 17. 1907.

des Photogrammes selbst für das Registrierinstrument hart an der Meßmöglichkeit liegt.

Bei Wiederholung derartiger Aufnahmen wird man überdies mit wesentlich geringeren Schwärzungen arbeiten können (vgl. p. 799 und 801), wodurch der Effekt vermutlich noch weiter zurücktreten wird.

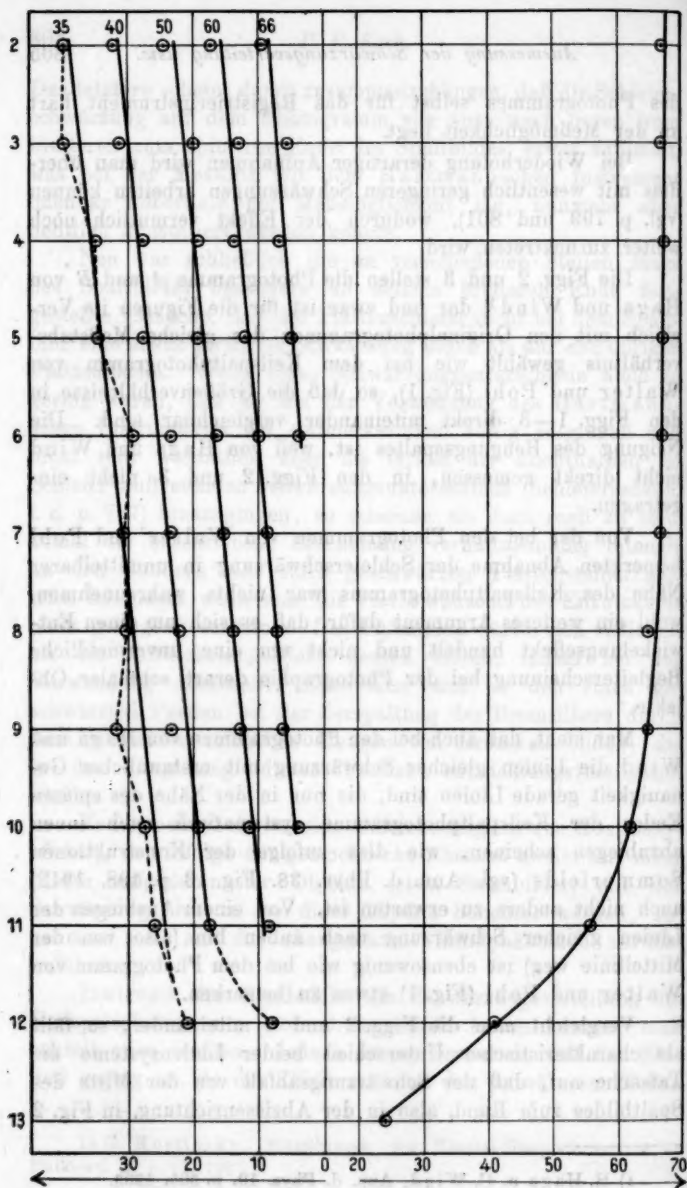
Die Figg. 2 und 3 stellen die Photogramme *A* und *B* von Haga und Wind¹⁾ dar und zwar ist für die Figuren im Vergleich mit den Originalphotogrammen das gleiche Maßstabsverhältnis gewählt wie bei dem Keilspaltphotogramm von Walter und Pohl (Fig. 1), so daß die Größenverhältnisse in den Figg. 1—3 direkt miteinander vergleichbar sind. Die Neigung des Beugungspaltes ist, weil von Haga und Wind nicht direkt gemessen, in den Figg. 2 und 3 nicht eingetragen.

Von der bei den Photogrammen von Walter und Pohl bemerkten Abnahme der Schleierschwärzung in unmittelbarer Nähe des Keilspaltphotogramms war nichts wahrzunehmen, wohl ein weiteres Argument dafür, daß es sich um einen Entwicklungseffekt handelt und nicht um eine unvermeidliche Begleiterscheinung bei der Photographie derart schmaler Objekte.

Man sieht, daß auch bei den Photogrammen von Haga und Wind die Linien gleicher Schwärzung mit erstaunlicher Genauigkeit gerade Linien sind, die nur in der Nähe des spitzen Endes der Keilspaltphotogramme systematisch nach innen abzubiegen scheinen, wie dies zufolge der Konstruktionen Sommerfelds (vgl. Ann. d. Phys. 38. Fig. 13 p. 498. 1912) auch nicht anders zu erwarten ist. Von einem Ausbiegen der Linien gleicher Schwärzung nach außen hin (also von der Mittellinie weg) ist ebensowenig wie bei dem Photogramm von Walter und Pohl (Fig. 1) etwas zu bemerken.

Vergleicht man die Figg. 2 und 3 miteinander, so fällt als charakteristischer Unterschied beider Liniensysteme die Tatsache auf, daß der Schwärzungsabfall von der Mitte des Spaltbildes zum Rand, also in der Abzissenrichtung, in Fig. 2

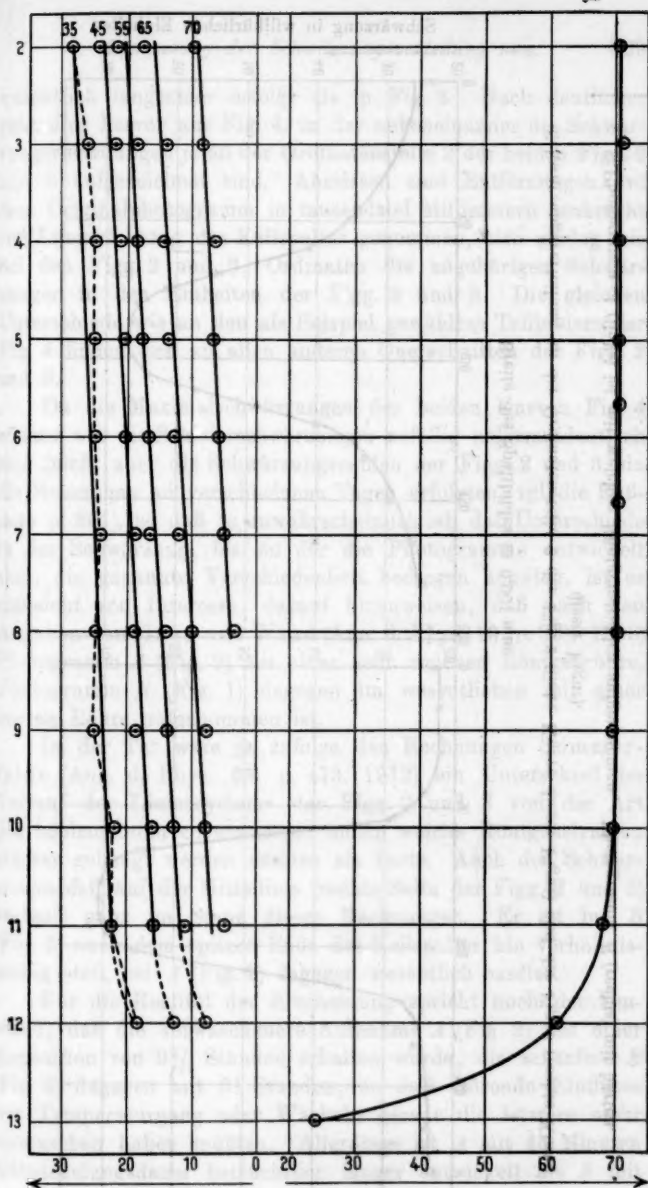
1) H. Haga u. C. Wind, Ann. d. Phys. 10. p. 805. 1903.



Breiten des Spaltbildes
in 0,001 mm.

Schwärzung auf der Mittellinie
in willkürlichen Einheiten (mm).

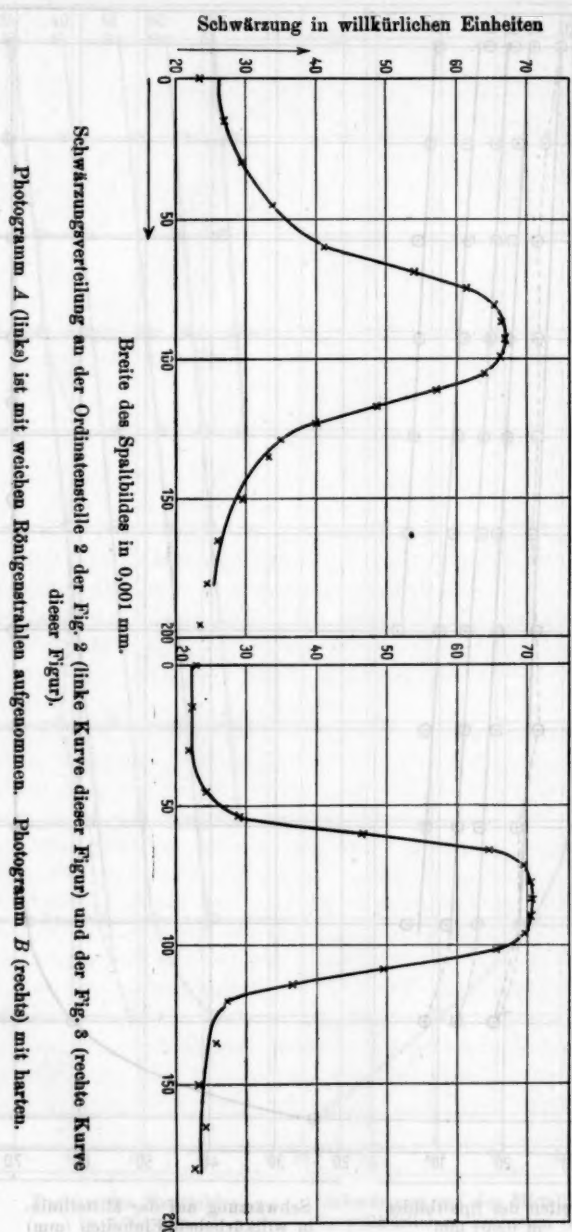
Fig. 2. Keilspaltphotogramm A von Haga und Wind.



Breiten des Spaltbildes
in 0,001 mm

Schwärzung auf der Mittellinie
in willkürlichen Einheiten (mm)

Fig. 3. Keilspaltphotogramm B von Haga und Wind.



Schwärzungsverteilung an der Ordinate 2 der Fig. 2 (linke Kurve dieser Figur) und der Fig. 3 (rechte Kurve dieser Figur).
 Photogramm A (links) ist mit weichen Röntgenstrahlen aufgenommen. Photogramm B (rechts) mit harten.

Fig. 4.

wesentlich langsamer erfolgt als in Fig. 3. Noch deutlicher geht dies hervor aus Fig. 4, in der nebeneinander die Schwärzungsverteilungen je an der Ordinatenstelle 2 der beiden Figg. 2 und 3 aufgezeichnet sind. Abszissen sind Entfernungen auf dem Originalphotogramm in tausendstel Millimetern senkrecht zur Längsrichtung des Keilspaltes genommen, also analog wie bei den Figg. 2 und 3, Ordinaten die zugehörigen Schwärzungen in den Einheiten der Figg. 2 und 3. Die gleichen Unterschiede wie an den als Beispiel gewählten Teilbildern der Fig. 4 finden sich an allen anderen Querschnitten der Figg. 2 und 3.

Da die Maximalschwärzungen der beiden Kurven Fig. 4 ebenso wie die Schleierschwärzungen zufällig nahezu identisch sind (nicht aber die Schwärzungszahlen der Figg. 2 und 3, da die Messungen an verschiedenen Tagen erfolgten, vgl. die Fußnote p. 801), so daß es unwahrscheinlich ist, daß Unterschiede in der Schwärzung, bis zu der die Photogramme entwickelt sind, die genannte Verschiedenheit bedingen könnten, ist es vielleicht von Interesse, darauf hinzuweisen, daß nach den Angaben von Haga und Wind (Ann. d. Phys. 10. p. 308. 1903) Photogramm *A* (Fig. 2) mit einer sehr weichen Röntgenröhre, Photogramm *B* (Fig. 1) dagegen im wesentlichen mit einer harten Röhre aufgenommen ist.

In der Tat wäre ja zufolge den Rechnungen Sommerfelds (Ann. d. Phys. 38. p. 473. 1912) ein Unterschied im Verlauf der Liniensysteme der Figg. 2 und 3 von der Art des beobachteten zu erwarten, indem weiche Röntgenstrahlen stärker gebeugt werden müßten als harte. Auch der Schwärzungsabfall auf der Mittellinie (rechte Seite der Figg. 2 und 3) verläuft ganz im Sinne dieser Rechnungen. Er ist bei *B* (Fig. 3) nach dem spitzen Ende des Keilspaltes hin verhältnismäßig steil, bei *A* (Fig. 2) dagegen wesentlich sanfter.

Für die Realität der Erscheinung spricht noch der Umstand, daß die verwaschenere Aufnahme *A* (Fig. 2) mit einer Exposition von $9\frac{1}{2}$ Stunden erhalten wurde, die schärfere *B* (Fig. 3) dagegen mit 31 Stunden, so daß störende Einflüsse wie Temperaturgang oder Wackeln gerade die letztere mehr verwaschen haben müßten. Allerdings ist *A* mit 45 Minuten Entwicklungsdauer beträchtlich länger entwickelt als *B* mit

15 Minuten. Es ist jedoch kaum anzunehmen, daß dadurch die besprochenen Unterschiede entstanden sein könnten, da, wie schon bemerkt, Maximalschwärzung und Schleierschwärzung bei *A* und *B* nahezu identisch sind. Vielleicht ist aber die Möglichkeit in Betracht zu ziehen, daß die weichen Strahlen auf ihrem Wege durch die Luft mehr diffus zerstreut worden sein könnten als die harten.

Will man also die angeführten Verschiedenheiten auch noch nicht zu weitergehenden Schlüssen verwenden, so folgt doch wenigstens daraus, daß die photographische Platte sehr wohl imstande ist, innerhalb recht schmaler Gebiete charakteristische Unterschiede in bezug auf Schwärzungsverteilungen wiederzugeben.

Schließlich wurde auch noch die Schwärzungsverteilung in einem von Haga und Wind mit Röntgenstrahlen aufgenommenen direkten Schattenriß des Beugungsspalt, bei dem die photographische Platte dicht hinter dem letzteren stand, durchgemessen. Die Linien gleicher Schwärzung verliefen hier nicht geradlinig, sondern waren etwa in der Mitte des Spaltbildes, besonders bei den Linien höherer Schwärzung, nach außen (von der Mittellinie weg) ausgebaucht. Da nachträglich nicht entschieden werden kann, inwiefern man es mit der Wirkung von Sekundärstrahlen vom Spalt her, von Unebenheiten der Keilspaltflächen oder von Eigenschaften der photographischen Platte zu tun hat, sei der Befund nur erwähnt, zumal in einem zweiten vorhandenen Schattenriß das erwähnte Phänomen nicht mit Sicherheit konstatiert werden konnte.

§ 4. Schlußbemerkungen.

Nachdem also in dieser Notiz zusammen mit der vorhergehenden Veröffentlichung (Ann. d. Phys. 38. p. 507. 1912) gezeigt worden ist, daß zwei unabhängige, in ihren Ergebnissen miteinander übereinstimmende Methoden existieren, die die Möglichkeit bieten, die Schwärzungsverteilung in derart schmalen Photogrammen, wie sie benötigt werden, um die Frage nach der Beugung der Röntgenstrahlen und gegebenenfalls nach deren Wellenlänge zu entscheiden, mit der erforderlichen Ge-

naugigkeit auszumessen, wird es Sache der weiteren Forschung sein, einmal festzustellen, inwiefern die photographische Platte imstande ist, charakteristische Einzelheiten innerhalb so schmaler Gebiete getreu wiederzugeben und dann unter Benutzung der gewonnenen Erfahrungen neue Keilspaltphotogramme mit Röntgenstrahlen herzustellen. Derartige Versuche gedenkt Hr. Pohl gemeinsam mit dem Verfasser anzustellen. Die Vorarbeiten dazu sind im Gang.

München, Physik. Inst. d. Univ., den 29. November 1912.

(Eingegangen 4. Februar 1913.)

**12. Einige ergänzende Beobachtungen
zur Wirkung von Strahlen auf das Telephon;
von O. Grotrian.**

Es ist kürzlich von mir festgestellt worden, daß die Bestrahlung einer Telephonmembran mit Bogenlicht elektromotorische Kräfte in den Telephonspulen induziert, deren Vorhandensein leicht galvanometrisch nachgewiesen werden kann.¹⁾

Wie ich früher ausführte, können für die Erscheinung vier verschiedene Erklärungen gegeben werden. Es kann bei der Bestrahlung 1. eine Änderung der Permeabilität der Membran durch einfache Wärmewirkung, 2. durch eine nicht thermische Wirkung der Strahlen entstehen. Ferner könnte 3. eine Verspannung der Membran durch Erwärmung und damit eine Wölbung derselben eintreten. Endlich muß 4. die Möglichkeit einer Radiometerwirkung ins Auge gefaßt werden. Bei den Erklärungen 1. und 2. bleibt die Membran in Ruhe, während bei 3. und 4. eine Bewegung derselben stattfindet.

Einige neuerdings angestellte Versuche haben ergeben, daß nur die Erklärungen 1. und 2. in Frage kommen können, daß also eine Änderung der Permeabilität der ruhenden Membran als Ursache der Erscheinung anzusehen ist, während Verspannung und Strahlungsdruck als Erklärungen wegfallen.

Von Hrn. Ingenieur J. Raacke in Aachen war mir aus dessen Installationslager ein Dosentelephon mit kleinem zu $\frac{3}{4}$ Kreis gebogenen Hufeisenmagnet freundlichst zur Verfügung gestellt. In demselben waren die Polköpfe und Spulen so weit auseinander gerückt worden, daß die Membran nicht nur in gewöhnlicher Weise von vorn, sondern auch durch eine in der Hinterwand des Telephongehäuses angebrachte Öffnung von hinten bestrahlt werden konnte.

1) O. Grotrian, Ann. d. Phys. 39. p. 1625. 1912.

Eine Bestrahlung mit Bogenlicht von vorn ergab nun ballistische Ausschläge, die dem Sinne nach mit denjenigen übereinstimmten, welche bei Bestrahlung von hinten erhalten wurden. Wäre eine Verspannung der Membran die Ursache der induzierten Ströme, dann würde der Sinn des Galvanometerausschlages bei Bestrahlung von vorn und hinten sich umgekehrt haben. Denn die Membran müßte sich auf der der Lichtquelle zugekehrten und somit stärker erwärmten Seite konvex wölben. Die Annahme einer radiometrischen Wirkung würde gleichfalls entgegengesetzte Ausschläge bei Bestrahlung von vorn und hinten verlangen.

Daß bei entgegengesetzter Durchbiegung der Membran eine Umkehr des induzierten Stromes eintreten muß, ist ohne weiteres klar, ergibt sich zudem auch einfach durch den Versuch. Mittels eines Federkiels wurde ein Druck auf die Vorder- und Hinterfläche der Membran ausgeübt. Man erhielt dabei entgegengesetzte ballistische Ausschläge. Der Druck auf die Vorderfläche muß nun, da die Membran dadurch den Polköpfen genähert wird, den dieselbe durchsetzenden Induktionsfluß vergrößern. Der Versuch ergab dabei einen Ausschlag entgegengesetzt demjenigen, der durch Bestrahlung der Vorderfläche entsteht. Eine solche muß also den Induktionsfluß, somit die Permeabilität der Membran herabsetzen. Das gleiche beweist der Ausschlag bei Druck auf die Hinterfläche. Hier wird die Membran von den Polköpfen entfernt, der Induktionsfluß somit verkleinert. Da der Sinn des Ausschlags bei Druck sich umkehrt und gleich demjenigen bei Bestrahlung von hinten wird, so muß letztere ebenfalls die Permeabilität vermindern.

Die besprochenen Erscheinungen wurden bei Anwendung einer schwarz lackierten Membran beobachtet. Letztere ersetzte man dann durch eine verzinnte Membran. Diese lieferte bei Bestrahlung und Druck auf beiden Seiten Ausschläge von demselben Sinne wie die lackierte Membran.

Es ist nun aber der Sinn der Ausschläge nicht immer ein solcher, wie oben beschrieben ist. Bereits früher war an dem von Hrn. Hamacher zur Verfügung gestellten Telephon (Firmenstempel F. Schuchhardt) konstatiert, daß eine Bestrahlung der Membran von vorn einen Ausschlag erzeugt,

dessen Sinn mit demjenigen durch Druck übereinstimmt.¹⁾ Hier würde also eine Erhöhung der Permeabilität durch Bestrahlung vorliegen. Zu dem gleichen Ergebnis gelangte ich bei einem Telephon von Siemens & Halske mit langem Hufeisenmagnet und verzinnter Membran.

Die früher von mir angeführte Begründung dafür, daß eine Verspannung der Membran nicht als Ursache der induzierten Ströme anzusehen sei²⁾, wird hiernach nicht mehr aufrecht zu erhalten sein. Jedoch ist trotzdem die Schlußfolgerung, daß eine Verspannung nicht als wirksam zu betrachten ist, aus anderen Gründen, die oben p. 813 gegen eine Bewegung der Membran angeführt sind, als zutreffend anzusehen.

Zufolge der mitgeteilten Versuchsergebnisse hängt offenbar der Sinn, in welchem die Permeabilität durch Bestrahlung geändert wird, wesentlich von der betreffenden Telephontype ab.

Soweit allein Wärmewirkungen, die bei der Erscheinung offenbar eine Rolle spielen, in Frage kommen, liegt in dem entgegengesetzten Verhalten verschiedener Telephone kein Widerspruch. Denn ob durch Erwärmung die Permeabilität des Eisens zu- oder abnimmt, hängt von dem magnetischen Sättigungsgrade ab. Dieser wird aber je nach der Konstruktion des Telephons, namentlich auch der Stärke des darin enthaltenen Magnets, der Dicke der Membran und des Abstandes derselben von den Polköpfen verschieden sein.

Die endgültige Erledigung der weiteren Frage, ob ultraviolette Strahlen ebenfalls induzierte Ströme hervorrufen, muß einer späteren Untersuchung vorbehalten bleiben. Nach meinen früheren Beobachtungen erscheint eine derartige Wirkung einstweilen als recht wahrscheinlich.

Aachen, Elektrotechn. Institut, Februar 1913.

1) l. c. p. 1627.

2) l. c. p. 1627.

(Eingegangen 24. Februar 1913.)

13. *Der Ursprung subjektiver Kombinationstöne;* *von Joseph Peterson.*

Im 33. Bande der Ann. d. Phys. (1910, p. 1216—1226) weist Clemens Schaefer nach, daß Kombinationstöne in den Flüssigkeiten des inneren Ohres auf Grund eines physikalischen Prinzips entstehen können, das er entwickelt. Er schreibt: „Es scheint mir deshalb der Schluß plausibel, daß die Schnecke ein Apparat ist, in dem Kombinationstöne entstehen, ohne damit leugnen zu wollen, daß solche auch im Trommelfell sich bilden können. Meine Annahme würde zwanglos erklären, weshalb Individuen ohne Trommelfell recht gut Kombinationstöne wahrzunehmen imstande sind; sie ist ferner — soweit mir bekannt ist — mit keiner Tatsache im Widerspruch“ (p. 1225—1226). K. L. Schaefer und E. Waetzmann hatten schon zuvor, wie Cl. Schaefer anerkennt, eine Entstehung von Kombinationstönen im inneren Ohre angenommen, aber auf Grund einer Annahme, die von der hier gemachten verschieden ist. Diese von Cl. Schaefer gegebene Erklärung ist im wesentlichen dieselbe wie die, welche ich im Jahre 1907 veröffentlicht habe.¹⁾ Ich zitiere aus meiner Veröffentlichung: „Damit das Superpositionsprinzip Platz greift, ist es nur erforderlich, daß die erzeugenden Töne irgendwo eng vereint sind, und daß an dieser Stelle, wo immer sie sein mag, die Amplituden ihrer Schwingungen ein bestimmtes endliches Verhältnis zu der mit den beiden Tönen gemeinsam schwingenden Masse haben. Wo nun eine solche Verbindung nicht von außen her an das Ohr gelangt, werden die Bedingungen sicherlich *innerhalb* des Ohres erfüllt. Selbst wenn wir alle Betrachtungen der Membranen selbst ausschließen, finden wir eine günstige Bedingung in den *Flüssigkeiten der Schnecke*.“

1) Combination Tones and Other Related Auditory Phenomena. Psychological Review Monograph 39. p. 108.

Auf der nächsten Seite gehe ich dann dazu über, zu zeigen, daß alle subjektiven Kombinationstöne, die jemals von irgend jemandem gehört worden sind, sich aus diesem Prinzip erklären lassen.

Das Problem der Intensität ist natürlich noch ungelöst, aber es scheint mir, daß selbst die Intensitätsbeziehungen mit dieser Erklärung ebensogut in Einklang stehen wie mit irgend einer anderen. Ich weiß tatsächlich keine andere Erklärung, die in dieser Hinsicht annähernd so befriedigt wie diese. Es mag noch bemerkt werden, daß die subjektiven Kombinationstöne nicht, wie von mancher Seite vermutet worden ist, *nacheinander* aus den Primärtönen entstehen, sondern *gleichzeitig* und *unmittelbar*. In meiner Monographie habe ich diese Behauptung in theoretischer wie in experimenteller Hinsicht mehr als zur Genüge durch Versuche bewiesen, die ich so quantitativ gestaltet habe, wie es mit der mir zu Gebote stehenden Apparatur möglich war.

(Eingegangen 18. Februar 1913.)

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)